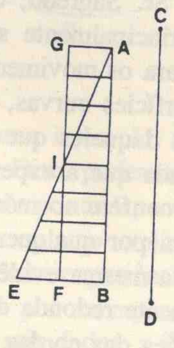
posições, deduzindo-as demonstrativamente, a primeira das quais é a seguinte:

TEOREMA I – PROPOSIÇÃO I

O tempo no qual um determinado espaço é percorrido por um móvel que parte do repouso com um movimento uniformemente acelerado é igual ao tempo no qual aquele mesmo espaço seria percorrido pelo mesmo móvel uniforme, cujo grau de velocidade seja a metade do maior e último grau de velocidade alcançado no movimento uniformemente acelerado.

Representemos por meio da linha AB o tempo durante o qual um móvel, partindo do repouso em C, percorrerá o espaço CD com um movimento uniformemente acelerado. Representemos o maior e último grau de velocidade adquirido durante o intervalo de tempo AB pela linha EB, formando com AB um ângulo reto; traçada a linha AE, todas as linhas que partem de diferentes pontos de AB e são eqüidistantes e

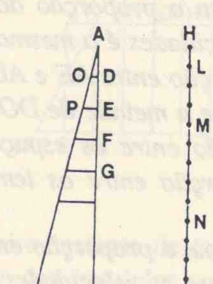


paralelas a BE representarão os graus crescentes de velocidade a partir do instante A. Dividamos ao meio a linha BE no ponto F e tracemos FG paralela a BA e AG paralela a BF, formando assim o paralelogramo AGFB, igual ao triângulo AEB, visto que o lado GF divide ao meio o lado AE no ponto I. Se, por outro lado, prolongamos as linhas paralelas do triângulo AEB até IG, a soma de todas as paralelas contidas no quadrilátero será igual à soma das paralelas contidas no triângulo AEB, visto que as linhas paralelas do triângulo IEF são equivalentes às linhas contidas no triângulo GIA, e aquelas contidas no trapézio AIFB são comuns. Uma vez que cada um e todos os instantes do intervalo de tempo AB correspondem a cada um e a todos os pontos da linha AB, as *linhas paralelas traçadas a partir desses pontos no interior do triângulo AEB representam os graus crescentes de velocidade, enquanto as paralelas contidas no paralelogramo representam os graus de velocidade que não crescem, mas que se mantêm constantes; é evidente que a soma dos momentos de velocidade, no caso do movimento acelerado, é representada pelas paralelas crescentes do triângulo AEB, enquanto, no caso do movimento uniforme, é representada pelas paralelas iguais do paralelogramo GB. Com efeito, os momentos que faltam na primeira metade do movimento acelerado (aqueles que são representados pelas paralelas do triângulo AGI) são compensados pelos momentos representados pelas paralelas do triângulo IEF. É, portanto, evidente que espaços iguais serão percorridos em tempos iguais por dois corpos, dos quais um, partindo do repouso, se move com movimento uniformemente acelerado, enquanto o outro, que se move com velocidade uniforme, se desloca com um movimento que é igual à metade do momento máximo de velocidade atingido pelo primeiro; que é o que se queria demonstrar.*

TEOREMA II – PROPOSIÇÃO II

Se um móvel, partindo do repouso, cai com um movimento uniformemente acelerado, os espaços por ele percorridos em qualquer tempo estão entre si na razão dupla dos tempos, a saber, como os quadrados desses mesmos tempos.

Representemos o tempo que tem início no instante A por meio da linha reta AB, na qual tomamos dois intervalos quaisquer de tempo AD e



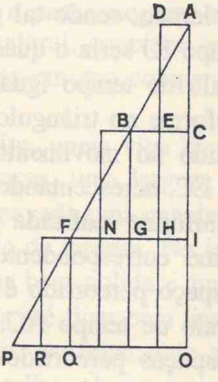
AE. Seja HI a linha segundo a qual o móvel, partindo do repouso em H, cairá com um movimento uniformemente acelerado; seja HL o espaço percorrido durante o primeiro intervalo de tempo AD, e HM o espaço percorrido durante o intervalo de tempo AE. Afirmo que o espaço MH está para o espaço HL numa proporção dupla daquela que o tempo EA tem para o tempo AD; e podemos também afirmar que os espaços HM e HL têm a mesma proporção que os quadrados de EA e de AD. Tracemos a linha AC que forma um ângulo qualquer com a linha AB; e a partir dos pontos D e E tracemos as linha paralelas DO e EP: se DO representa o grau máximo de velocidade adquirido no instante D do intervalo de tempo AD, PE representará, por definição, a velocidade máxima obtida no instante E do intervalo de tempo AE. Mas, conforme foi demonstrado acima a propósito dos espaços percorridos, esses espaços são os mesmos, se um móvel, partindo do repouso, se move com um movimento uniformemente acelerado e se, durante um intervalo de tempo igual, ele se move com um movimento uniforme, cuja velocidade é a metade da velocidade máxima adquirida durante o movimento acelerado. Segue-se que as distâncias MH e LH são idênticas às que seriam percorridas nos intervalos de tempos AE e DA por movimentos uniformes, cujas velocidades seriam iguais à metade daquelas representadas por DO e EP. Se tiver, portanto, sido provado que as distâncias MH e LH estão na dupla proporção dos tempos EA e DA, a proposição terá sido provada. Na quarta proposição do livro primeiro foi demonstrado que os espaços percorridos por dois corpos em movimento uniforme estão entre si numa proporção que é igual ao produto da proporção das velocidades com a proporção dos tempos. Neste caso, porém, a proporção das velocidades é a mesma que a proporção dos tempos (uma vez que a proporção entre AE e AD é a mesma que a proporção entre a metade de EP e a metade de DO, ou entre PE e OD). Conseqüentemente, a proporção entre os espaços percorridos é a mesma que o quadrado da proporção entre os tempos; o que queríamos demonstrar.

Fica, portanto, claro que a proporção entre as distâncias é igual ao quadrado da proporção entre as velocidades máximas, a saber, entre as linhas PE e OD, visto que PE está para OD assim como EA está para DA.

COROLÁRIO I

Daí, segue-se claramente que, se a partir do primeiro instante do movimento fossem tomados sucessivamente intervalos de tempos iguais, *como, por exemplo, AD, DE, EF, FG nos quais se percorrem os espaços HL, LM, MN, NI, estes espaços estariam entre si assim como os números ímpares a partir da unidade, a saber, 1, 3, 5, 7: esta é, com efeito, a proporção entre os excessos dos quadrados das linhas que se excedem igualmente, diferença essa que é igual à menor delas, ou seja, à proporção entre os quadrados dos números inteiros que se seguem à unidade. Quando, portanto, os graus de velocidade aumentam em tempos iguais, de acordo com a simples série dos números, os espaços percorridos em tempos iguais adquirem incrementos segundo a série dos números ímpares* ab unitate.

Sagredo – Peço-lhe, por favor, que interrompa por um momento a leitura, para que eu examine uma certa idéia que me ocorreu; para uma fácil e mútua compreensão, faço um desenho. Represento pela linha AI a sucessão do tempo a partir do primeiro instante A; traçando depois por A, segundo um ângulo qualquer, a reta AF e unindo os pontos extremos I e F, dividido o tempo AI ao meio em C, traço CB paralela a IF. Considerando, depois, a linha CB com o grau máximo da velocidade que, par-



tindo do repouso no primeiro instante de tempo A, foi aumentando de acordo com o crescimento das paralelas a BC, traçadas no triângulo ABC (que é o mesmo que crescer em proporção ao tempo), admito sem contestação, segundo o que foi dito até o momento, que o espaço percorrido por um móvel, cuja velocidade aumenta do modo indicado, seria igual ao espaço que o mesmo móvel percorreria se, durante o mesmo intervalo de tempo AC, ele se movesse com um movimento uniforme, cujo grau de velocidade seria igual a EC, metade de BC. Se continuo e ima-