

Forças em trajetórias circulares

Em cinemática angular vimos que um corpo pode estar sujeito a uma aceleração quando a sua velocidade varia em módulo e/ou direção e/ou sentido.

Quando varia o módulo, a aceleração é dita tangencial, e quando varia a direção do movimento, o corpo possui uma aceleração centrípeta.

Pois bem, agora vamos analisar os movimentos circulares sobre o prisma da Dinâmica.

De acordo com a segunda lei de Newton, quando um corpo possui aceleração, existe uma força resultante na mesma direção e sentido desta. Sendo assim, para que um corpo ou uma partícula possam efetuar um movimento curvilíneo, é necessária a aplicação de uma força na mesma direção e sentido da aceleração centrípeta, força esta chamada de **força centrípeta**. Sem ela, um corpo não poderia executar um movimento circular.

Vejam a demonstração a seguir:

Sabendo que:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

ou

$$a_{cp} = \omega^2 R$$

Então:

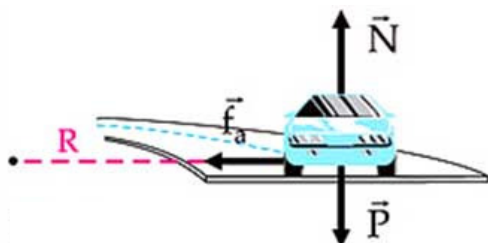
$$F_{cp} = m \cdot a_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{R} = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

Como dito anteriormente, a força centrípeta não é uma força que atua para o centro do movimento circular, a força centrípeta é a **resultante das forças que agem sobre o corpo, com direção perpendicular à trajetória**.

No cotidiano existem alguns exemplos de força centrípeta como a secadora de roupas e os satélites que ficam em órbita circular em torno do centro da Terra.

CALCULO DA RESULTANTE CENTRIPETA PARA ALGUMAS SITUAÇÕES COTIDIANAS

1-Quando um carro realiza uma curva horizontal atuam sobre ele as forças PESO(P), NORMAL (N) E FORÇA DE ATRITO (fat). Ao se desenhar essas forças verifica-se que a força de atrito é a única que atua na direção do centro e apontando para ele, logo poderá ser CHAMADA DE RESULTANTE CENTRIPETA.



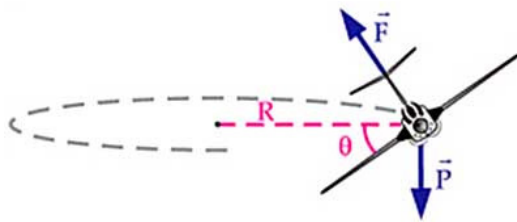
$$\text{Portanto } f_a = F_c \implies \mu \cdot N = m \cdot v^2 / R$$

Como $N = P$

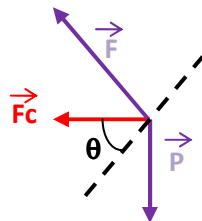
$$\mu \cdot m \cdot g = m \cdot v^2 / R$$

Podemos neste caso calcular a máxima velocidade com a qual o carro pode fazer esta curva sem derrapar por $v = \sqrt{\mu \cdot R \cdot g}$

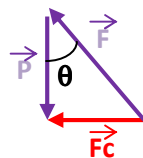
2- Em um avião realizando uma curva horizontal pode-se verificar a ação de duas forças sobre ele que são: FORÇA PESO (P) E FORÇA DE SUSTENTAÇÃO (F).



É possível observar que nenhuma delas aponta para o centro, logo neste caso temos:



Fazendo a transposição dos vetores formamos a figura abaixo



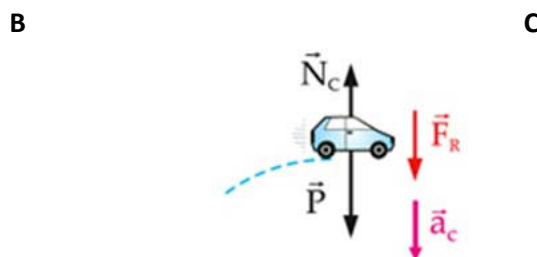
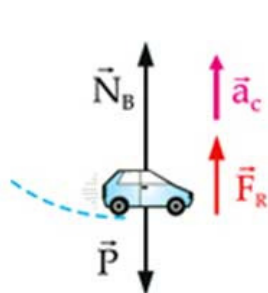
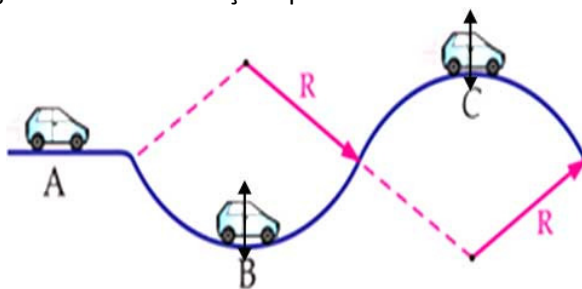
Observem que neste caso $Tg \theta = F_c / P$

$$Tg \theta = \frac{m \cdot v^2 / R}{m \cdot g}$$

Donde, a tangente do ângulo de inclinação é dada por

$$Tg \theta = \frac{v^2}{R \cdot g}$$

3-Ao passar por uma depressão ou lambada, pode-se considerar que atuam as forças PESO (P) E NORMAL(N) na direção vertical, ambas radial. Nesse caso deve-se calcular a resultante centrípeta sem esquecer que a mesma deve ter seu sentido voltado para o centro da curva, logo temos duas situações possíveis.



Digo duas situações, porque em A a trajetória é retilínea, então $P = N$, ou seja $F_c = 0$.

Já nas situações B e C, a trajetória é curvilínea, tendo como resultante a força centrípeta. Observe:

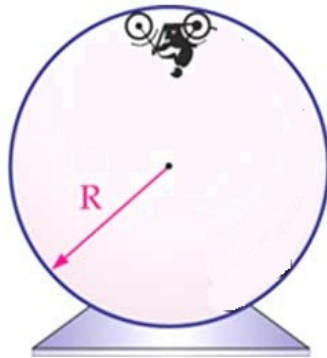
Em B, a força normal aponta para o centro, sendo portanto a força de maior intensidade.

Como a resultante é a centrípeta temos que $N - P = F_c$.

Já em C, a força Peso é a de maior intensidade, de forma que $P - N = F_c$

4-Globo da morte

No Globo da Morte a determinação da Resultante Centrípeta depende da posição em que o conjunto moto+piloto esta. Caso seja no topo do globo temos a situação ilustrada a seguir



Neste ponto temos a Normal e o Peso atuando na direção do centro, observe



Sendo assim temos que $N + P = F_c$.

Conclusão: Todos os exemplos servem para que cheguemos a seguinte conclusão: Força centrípeta não é uma força que atua para o centro, mas é a resultante de todas as forças que atuam na direção do centro, responsáveis por causar a variação na direção do movimento

Exercícios resolvidos

Exemplo:

1-Um carro percorre uma curva de raio 100m, com velocidade 20m/s. Sendo a massa do carro 800kg, qual é a intensidade da força centrípeta?

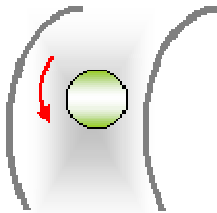
$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

$$F_{cp} = 800 \cdot \frac{(20)^2}{100}$$

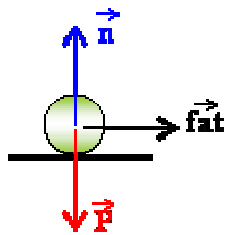
$$F_{cp} = 800 \cdot 4$$

$$F_{cp} = 3200N$$

2-Na figura abaixo uma bola percorre uma curva no plano horizontal cujo coeficiente de atrito cinético entre a bola e o plano é $\mu = 0,5$. Sabendo que a velocidade da bola é constante e igual a 20m/s e que a gravidade local é de $10m/s^2$, determine o raio da curva.



Representando as forças peso, reação normal e de atrito sobre a bola temos;



Como a força de atrito está dirigida para o centro da curvatura, ela é a força centrípeta.

$$F_c = F_{at}$$

Desta forma

$$m \cdot v^2 / R = \mu \cdot N$$

Já que $N = P$, $N = m \cdot g$ onde

$$m \cdot v^2 / R = \mu \cdot m \cdot g$$

$$\text{Então } R = v^2 / \mu \cdot g$$

$$R = 400 / 0,5 \cdot 10$$

$$R = 80m$$

FORÇA CENTRÍFUGA

É muito comum ver pessoas fazendo referência à força centrífuga quando se fala em movimento circular. Imagine, por exemplo, uma esfera presa a um barbante e em movimento circular, sob atuação da força centrípeta (F_c) que atua no barbante. Muitas pessoas têm o costume de supor a existência de outra força, denominada de força centrífuga (F_{cf}), que atua na esfera. Segundo essas pessoas essa força estaria equilibrando a outra força que atua no barbante. Essa suposição é errônea, pois a força centrífuga não existe, pois se isso acontecesse a força resultante sobre a esfera seria nula e dessa forma ela não poderia estar descrevendo movimento circular. Se assim ocorresse, o movimento da esfera seria retilíneo e uniforme de acordo com a primeira lei de Newton, a lei da inércia. Ela não está em estado de equilíbrio, pois possui aceleração centrípeta e, portanto, existe uma força resultante diferente de zero que atua sobre ela. Outro fator que sugere essa interpretação errônea é que se o barbante que segura a esfera arrebentar, a esfera passará a se mover para fora, na direção radial, sendo esse deslocamento atribuído à ação da força centrífuga. Esse conceito é errado porque se o barbante se romper, a esfera, por inércia, passa a se mover na direção da velocidade naquele instante, ou seja, tangente à trajetória circular que a esfera estava descrevendo, comprovando que não existe nenhuma força atuando.

Um básico exemplo que podemos citar é a máquina de lavar. Você já deve ter observado os passos seguidos pela máquina quando ela está em funcionamento. Primeiro ela se enche de água, em seguida dá-se início o processo de lavagem, posteriormente há o enxague e a centrifugação. A parte mais interessante é quando a máquina começa a girar muito rapidamente. Logo em seguida, quando ela para, as roupas estão praticamente secas.

Mas, no momento da centrifugação, o que acontece com a água e com as roupas?

Em uma simples observação podemos ver que toda a roupa fica disposta em um cilindro dotado de furos em sua lateral. No momento da centrifugação, o cilindro começa a girar em alta velocidade, fazendo com que a água saia pelos furos na lateral do cilindro. Nesse exato momento, as roupas ficam dispostas na lateral do cilindro e uma força de contato (força centrípeta) faz com que a roupa se mantenha com movimento circular.

O mesmo não acontece com a água das roupas, pois ela não encontra resistência e sai pela tangente do cilindro em linha reta, ou seja, toda a água sai pelos furos laterais pois ainda de acordo com a lei da inércia, todo corpo tende a ficar em repouso ou em movimento retilíneo uniforme, o que explica este movimento tangencial.

Sendo assim, conclui-se que as forças centrípeta e centrífuga são completamente diferentes. A força centrífuga é uma sensação do corpo em movimento circular, de ser “jogado” para fora da curva, devido ao fato de que, por inércia, ele tende a permanecer em movimento retilíneo.

Exercícios propostos

01-(PUC-RJ) Um carro de massa $m = 1000$ kg realiza uma curva de raio $R = 20$ m com uma velocidade angular $\omega = 10$ rad/s.



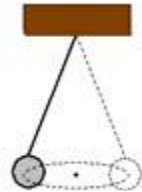
A força centrípeta atuando no carro em newtons vale:

- a) $2,0 \cdot 10^6$. b) $3,0 \cdot 10^6$. c) $4,0 \cdot 10^6$. d) $2,0 \cdot 10^5$. e) $4,0 \cdot 10^5$.

02-(PUC-SP) Um automóvel percorre uma curva circular e horizontal de raio 50 m a 54 km/h. Adote $g = 10$ m/s². O mínimo coeficiente de atrito estático entre o asfalto e os pneus que permite a esse automóvel fazer a curva sem derrapar é

- a) 0,25 b) 0,27 c) 0,45 d) 0,50 e) 0,54

03-(UFRS) A figura a seguir representa um pêndulo cônico ideal que consiste em uma pequena esfera suspensa a um ponto fixo por meio de um cordão de massa desprezível.



Para um observador inercial, o período de rotação da esfera, em sua órbita circular, é constante. Para o mesmo observador, a resultante das forças exercidas sobre a esfera aponta

- a) verticalmente para cima. b) verticalmente para baixo. c) tangencialmente no sentido do movimento. d) para o ponto fixo. e) para o centro da órbita.

(FGV-SP) Texto para as questões de números 04 e 05

Vendedores aproveitam-se da morosidade do trânsito para vender amendoins, mantidos sempre aquecidos em uma bandeja perfurada encaixada no topo de um balde de alumínio; dentro do balde, uma lata de leite em pó, vazada por cortes laterais, contém carvão em brasa. Quando o carvão está por se acabar, nova quantidade é repostada. A lata de leite é enganchada a uma haste de metal e o conjunto é girado vigorosamente sob um plano vertical por alguns segundos, reavivando a chama.

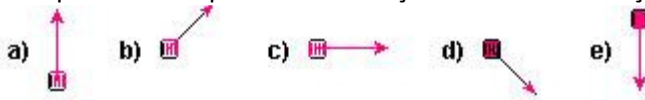
04-(FGV-SP) Considere um braseiro (balde com furos e carvão em seu interior) em movimento circular de raio 80cm para ativar as brasas.



Mantendo esse movimento circular, determine a menor velocidade que a lata deve possuir no ponto mais alto de sua trajetória para que o carvão não caia da lata:

- a) $\sqrt{2}$ b) 2 c) $2\sqrt{2}$ d) 4 e) $4\sqrt{2}$

05-(FGV-SP) Com relação ao exercício anterior, no momento em que o braseiro atinge o ponto mais baixo de sua trajetória, considerando que ele descreve um movimento no sentido anti-horário e que a trajetória é percorrida com velocidade constante, dos vetores indicados, aquele que mais se aproxima da direção e sentido da força resultante sobre a lata é



06-(UNIFESP-SP) A trajetória de uma partícula, representada na figura, é um arco de circunferência de raio $r = 2,0$ m, percorrido com velocidade de módulo constante, $v = 3,0$ m/s.



O módulo da aceleração vetorial dessa partícula nesse trecho, em m/s^2 , é

- a) zero. b) 1,5. c) 3,0. d) 4,5. e) impossível de ser calculado.

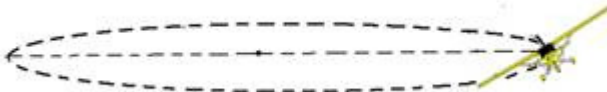
07-(UFMG-MG) Devido a um congestionamento aéreo, o avião em que Flávia viajava permaneceu voando em uma trajetória horizontal e circular, com velocidade de módulo constante.



Considerando-se essas informações, é CORRETO afirmar que, em certo ponto da trajetória, a resultante das forças que atuam no avião é

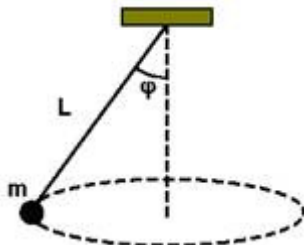
- a) horizontal. b) vertical, para baixo. c) vertical, para cima. d) nula.

08-(ITA-SP) Para um avião executar uma curva nivelada (sem subir ou descer) e equilibrada, o piloto deve incliná-lo com respeito à horizontal (à maneira de um ciclista em uma curva), de um ângulo α . Se $\alpha = 60^\circ$, a velocidade da aeronave é 100 m/s e a aceleração local da gravidade é $9,5$ m/s², qual é aproximadamente o raio de curvatura?



- a) 600 m. b) 750 m. c) 200 m. d) 350 m. e) 1000 m.

09-(UNICAMP-SP) Um pêndulo cônico é formado por um fio de massa desprezível e comprimento $L = 1,25$ m, que suporta uma massa $m = 0,5$ kg na sua extremidade inferior.



A extremidade superior do fio é presa ao teto, conforme ilustra a figura a seguir. Quando o pêndulo oscila, a massa m executa um movimento circular uniforme num plano horizontal, e o ângulo que o fio forma com a vertical é $\theta = 60^\circ$.

- a) Qual é a tensão no fio?
 b) Qual é a velocidade angular da massa? Se for necessário, use: $\sin 60^\circ = 0,87$, $\cos 60^\circ = 0,5$.

10- (ITA) Uma mosca em movimento uniforme descreve a trajetória curva indicada abaixo:



Quanto à intensidade da força resultante na mosca, podemos afirmar:

- a) é nula, pois o movimento é uniforme b) é constante, pois o módulo de sua velocidade é constante;
c) está diminuindo d) está aumentando e) n.d.a.

11 (FUVEST) Um carro percorre uma pista curva superelevada ($\text{tg } \theta = 0,20$) de 200m de raio. Desprezando o atrito, qual a velocidade máxima sem risco de derrapagem? Adote $g = 10\text{m/s}^2$



- a) 60km/h b) 72km/h c) 80km/h d) 40km/h e) 48km/h

12-(PUC-SP)



A figura representa em plano vertical um trecho dos trilhos de uma montanha russa na qual um carrinho está prestes a realizar uma curva. Despreze atritos, considere a massa total dos ocupantes e do carrinho igual a 500 kg e a máxima velocidade com que o carrinho consegue realizar a curva sem perder contato com os trilhos igual a 36 km/h. O raio da curva, considerada circular, é, em metros, igual a: ($g=10\text{m/s}^2$)

- a) 3,6 b) 18 c) 1,0 d) 6,0 e) 10

13-(Ufrj 2005) Foi que ele viu Juliana na roda com João

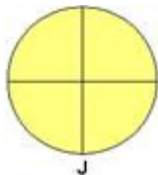
Uma rosa e um sorvete na mão

Juliana seu sonho, uma ilusão

Juliana e o amigo João

GIL, Gilberto. "Domingo no Parque".

A roda citada no texto é conhecida como RODA-GIGANTE, um brinquedo de parques de diversões no qual atuam algumas forças, como a força centrípeta.

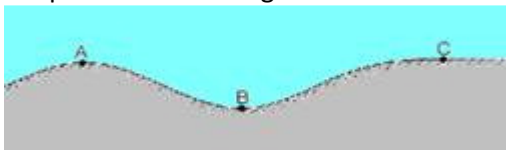


Considere:

- o movimento uniforme;
- o atrito desprezível;
- aceleração da gravidade local de 10 m/s^2 ;
- massa da Juliana 50 kg;
- raio da roda-gigante 2 metros;
- velocidade escalar constante, com que a roda está girando, 36 km/h.

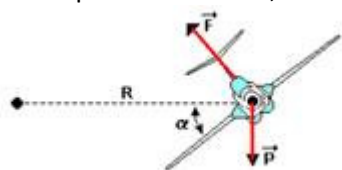
Calcule a intensidade da reação normal vertical que a cadeira exerce sobre Juliana quando a mesma se encontrar na posição indicado pelo ponto J.

14-(UFB) A figura representa a seção vertical de um trecho de rodovia. Os raios de curvatura dos pontos A e B são iguais e valem 100m e o trecho que contém o ponto C é horizontal.



Um automóvel de massa $2 \cdot 10^3$ kg percorre a rodovia com velocidade escalar constante de 36km/h.. Sendo N_A , N_B e N_C a reação normal da rodovia sobre o carro nos pontos A, B e C, respectivamente, determine suas intensidades.

15-(UFSC) Um avião descreve uma curva em trajetória circular com velocidade escalar constante, num plano horizontal, conforme está representado na figura, onde F é a força de sustentação, perpendicular às asas; P é a força peso; α é o ângulo de inclinação das asas em relação ao plano horizontal; R é o raio de trajetória.



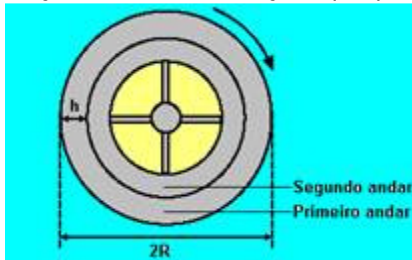
São conhecidos os valores: $\alpha = 45^\circ$, $R = 1000$ metros; massa do avião = 10000 kg, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S), indicando sua soma e considerando, para efeito de cálculos, apenas as forças indicadas na figura.

01. Se o avião realiza movimento circular uniforme, a resultante das forças que atuam sobre ele é nula.
02. Se o avião descreve uma trajetória curvilínea, a resultante das forças externas que atuam sobre ele é, necessariamente, diferente de zero.
04. A resultante centrípeta é, em cada ponto da trajetória, a resultante das forças externas que atuam no avião, na direção do raio da trajetória.
08. A resultante centrípeta sobre o avião tem intensidade igual a 100000N.
16. A velocidade do avião tem valor igual a 360 km/h.
32. A força resultante que atua sobre o avião não depende do ângulo de inclinação das asas em relação ao plano horizontal.

16-(Ufpb) Após a ocorrência de um pequeno acidente, um astronauta necessita fazer um reparo na parte externa de sua espaçonave, que possui um formato cilíndrico com um raio de 10m. Ressalte-se que a nave espacial está girando em torno de seu próprio eixo, dando uma volta completa a cada 20 segundos, e o astronauta precisa se segurar na mesma para realizar o conserto e não ser lançado no espaço. Determine a força mínima, em newtons, para que o astronauta de 70kg se mantenha preso à espaçonave.

17- (FUVEST-SP) Uma estação espacial, construída em forma cilíndrica, foi projetada para contornar a ausência de gravidade no espaço. A figura mostra, de maneira simplificada, a seção reta dessa estação, que possui dois andares.



Para simular a gravidade, a estação deve girar em torno do seu eixo com certa velocidade angular. Se o raio externo da estação é R ,

- deduza a velocidade angular ω com que a estação deve girar para que um astronauta, em repouso no primeiro andar e a uma distância R do eixo da estação, fique sujeito a uma aceleração igual a g .
- Suponha que o astronauta vá para o segundo andar, a uma distância h do piso do andar anterior. Calcule o peso do astronauta nessa posição e compare com o seu peso quando estava no primeiro andar. O peso aumenta, diminui ou permanece inalterado?

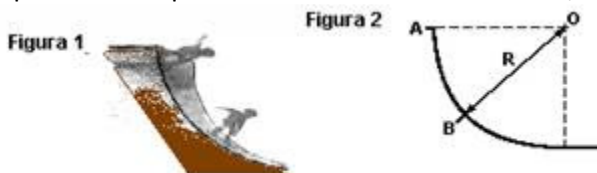
18-(UNESP-SP) Uma espaçonave de massa m gira em torno da Terra com velocidade constante, em uma órbita circular de raio R . A força centrípeta sobre a nave é $1,5 GmM/R^2$, onde G é a constante de gravitação universal e M a massa da Terra.

- Desenhe a trajetória dessa nave. Em um ponto de sua trajetória, desenhe e identifique os vetores velocidade \vec{v} e aceleração centrípeta \vec{a} da nave.
- Determine, em função de M , G e R , os módulos da aceleração centrípeta e da velocidade da nave.

19-(FUVEST) – Um restaurante é montado numa plataforma que gira com velocidade angular constante ω p/1800 radianos/segundo. Um freguês, de massa $M = 50\text{kg}$, senta-se no balcão localizando-se a 20 metros do eixo de rotação, toma sua refeição e sai no mesmo ponto de entrada.

- qual o tempo mínimo de permanência do freguês na plataforma?
- Qual a intensidade da força centrípeta sobre o freguês enquanto toma a sua refeição?

20-(Uff-RJ) A figura 1 mostra uma rampa de skate constituída de um trecho curvo que corresponde a um quarto de circunferência de raio R , e de um trecho plano horizontal.

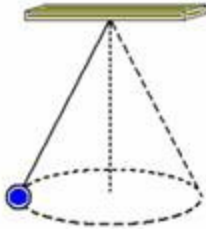


Os dois pontos A e B, indicados no esquema da figura 2, se encontram localizados, respectivamente, no topo e no meio do trecho curvo da pista de skate.

Para a análise desse movimento o jovem, junto com sua prancha de skate, pode ser tratado como uma partícula de massa total m . Admita, também, que os efeitos de forças dissipativas sobre o movimento dessa partícula possam ser ignorados.

- Indique e identifique, na figura 2, as forças que atuam sobre a partícula quando ela se encontra no ponto A e quando se encontra no ponto B.
- Obtenha, em função de R , m e g (aceleração da gravidade local) o módulo da força exercida pela rampa sobre a partícula, quando essa se encontra no ponto B.

21-(UFMG-MG) Durante uma aula de Física, o Professor Raimundo faz uma demonstração com um pêndulo cônico. Esse pêndulo consiste em uma pequena esfera pendurada na extremidade de um fio, como mostrado nesta figura:

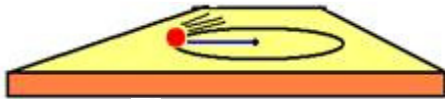


Nesse pêndulo, a esfera descreve um movimento circular com velocidade de módulo constante, em um plano horizontal, situado a 1,6 m abaixo do ponto em que o fio está preso ao teto. A massa da esfera é 0,40 kg, o raio de sua trajetória é 1,2 m e o comprimento do fio é 2,0 m. Considere a massa do fio desprezível. Despreze, também, qualquer tipo de atrito.

Com base nessas informações:

- a) DESENHE e NOMEIE, na figura, as forças que atuam na esfera. RESPONDA: Quais são os agentes que exercem essas forças?
 b) CALCULE a tensão no fio.

22-(CESUPA-PA) Um corpo de massa 500 g gira num plano horizontal em torno de um ponto fixo, preso à extremidade de um fio de 1 m de comprimento e massa desprezível.



(considere $\pi^2 = 10$).

Se o corpo efetua 60 voltas completas a cada meio minuto, então a força de tração exercida pelo fio, em newtons, é: (considere $\pi^2 = 10$).

- a) 10. b) 80. c) 30. d) 160. e) 50.

23-(CESESP-PE) Um caminhão transporta em sua carroceria uma carga de 2,0 toneladas. Determine, em newtons, a intensidade da força normal exercida pela carga sobre o piso da carroceria, quando o veículo, a 30 m/s, passa pelo ponto mais baixo de uma depressão com 300 m de raio. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

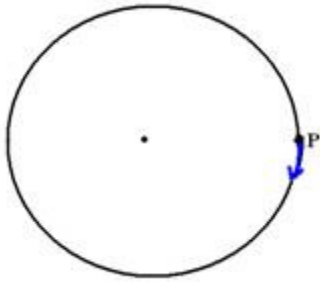


24-(Mackenzie-SP) A figura representa a seção vertical de um trecho de rodovia. Os raios de curvatura dos pontos A e B são iguais e o trecho que contém o ponto C é horizontal. Um automóvel percorre a rodovia com velocidade escalar constante. Sendo N_A , N_B e N_C a reação normal da rodovia sobre o carro nos pontos A, B e C, respectivamente podemos dizer que:

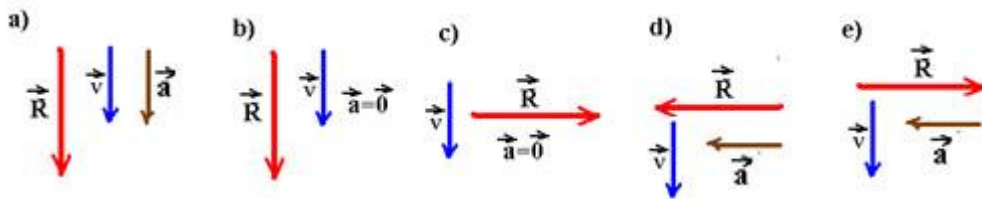


- a) $N_B > N_A > N_C$. b) $N_B > N_C > N_A$. c) $N_C > N_B > N_A$. d) $N_A > N_B > N_C$. e) $N_A = N_C = N_B$.

25-(UNESP-SP) Uma partícula de massa m descreve uma trajetória circular com movimento uniforme, no sentido horário, como mostra a figura.

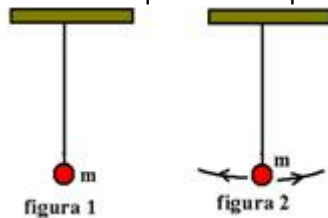


Qual dos seguintes conjuntos de vetores representa a força resultante \vec{R} atuando na partícula, a velocidade \vec{v} e a aceleração \vec{a} da partícula, no ponto P indicado na figura?



26- (UEL-PR) Um carro consegue fazer uma curva plana e horizontal, de raio 100 m, com velocidade constante de 20 m/s. Sendo $g=10\text{m/s}^2$, o mínimo coeficiente de atrito estático entre os pneus e a pista deve ser:
 a) 0,20 b) 0,25 c) 0,30 d) 0,35 e) 0,40

27-(UNESP-SP) A figura 1 mostra uma esfera de massa m , em repouso, suspensa por um fio inextensível. A figura 2 representa o mesmo conjunto, oscilando como um pêndulo, no instante em que a esfera passa por um ponto mais baixo de sua trajetória.



Explique para qual figura a tração no fio é maior.

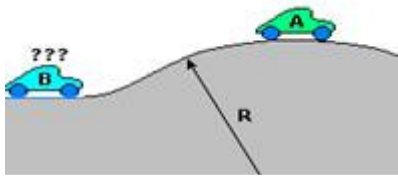
28-(Ufrj-RJ) Um motoqueiro deseja realizar uma manobra radical num "globo da morte" (gaiola esférica) de 4,9m de raio.

Para que o motoqueiro efetue um "looping" (uma curva completa no plano vertical) sem cair, o módulo da velocidade mínima no ponto mais alto da curva deve ser de

Dado: Considere $g=10\text{m/s}^2$.

- a) 0,49m/s. b) 3,5m/s. c) 7m/s. d) 49m/s. e) 70m/s.

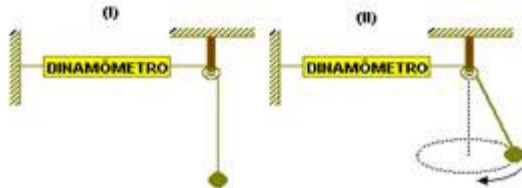
29-(UFU-MG) Em uma corrida de automóveis, um dos trechos da pista é um pequeno morro com a forma de um arco de circunferência de raio R , conforme indicado na figura a seguir.



O carro A, que segue na frente do carro B, ao passar pelo ponto mais alto do morro fica na iminência de perder o contato com o solo. O piloto do carro B observa o carro A quase perdendo o contato com o solo e fica impressionado com a habilidade do piloto do carro A. Assim, o piloto do carro B, sabendo que seu carro tem uma massa 10% maior do que a massa do carro A, tenta fazer o mesmo, isto é, passar pelo ponto mais alto do morro da pista também na iminência de perder o seu contato com o solo. Para que isso ocorra, a velocidade do carro B, no topo do morro, deve ser:

- a) 10% menor do que a velocidade de A no topo do morro. b) 10% maior do que a velocidade de A no topo do morro.
 c) 20% maior do que a velocidade de A no topo do morro. d) igual à velocidade de A no topo do morro.

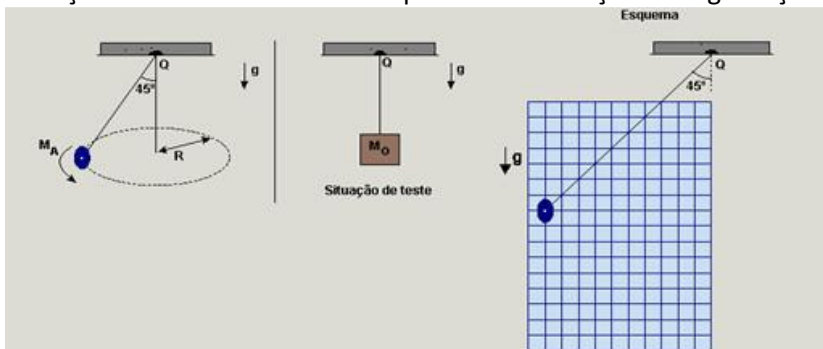
30-(UFV-MG) Um corpo de massa M (círculo preto), suspenso por um fio inextensível e de massa desprezível, está ligado a um dinamômetro através de uma roldana conforme ilustrado na figura (I) adiante.



Se o corpo é posto a girar com uma frequência angular constante, conforme ilustrado na figura (II) acima, e desprezando qualquer tipo de atrito, é CORRETO afirmar que, comparada com a situação (I), o valor da leitura do dinamômetro:

- a) será menor. b) não se altera c) será maior. d) será nulo

31-(FUVEST-SP-09) Um acrobata, de massa $M_A = 60$ kg, quer realizar uma apresentação em que, segurando uma corda suspensa em um ponto Q fixo, pretende descrever um círculo de raio $R = 4,9$ m, de tal forma que a corda mantenha um ângulo de 45° com a vertical. Visando garantir sua total segurança, há uma recomendação pela qual essa corda deva ser capaz de suportar uma tensão de, no mínimo, três vezes o valor da tensão a que é submetida durante a apresentação. Para testar a corda, com ela parada e na vertical, é pendurado em sua extremidade um bloco de massa M_O , calculada de tal forma que a tensão na corda atenda às condições mínimas estabelecidas pela recomendação de segurança.

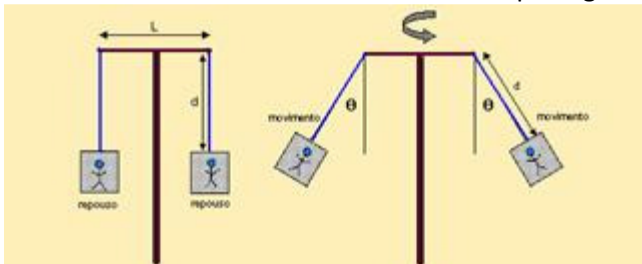


Nessa situação:

- a) Represente no esquema a direção e o sentido das forças que agem sobre o acrobata, durante sua apresentação, identificando-as, por meio de um desenho em escala.
- b) Estime o tempo t_A , em segundos, que o acrobata leva para dar uma volta completa em sua órbita circular.
- c) Estime o valor da massa M_o , em kg, que deve ser utilizada para realizar o teste de segurança.
- NOTE E ADOTE: Força centrípeta $F_c = m v^2/R$
 Adote $g=10\text{m/s}^2$

32-(PUC-RJ-09) Um brinquedo de parque de diversões consiste (veja as figuras a seguir) de um eixo vertical girante, duas cabines e um suporte para os cabos que ligam o eixo às cabines. O suporte é uma forte barra horizontal de aço, de $L = 8,0$ m de comprimento, colocada de modo simétrico para poder sustentar as cabines. Cada cabo mede $d = 10$ m.

Quando as pessoas entram nas cabines, o eixo se põe a girar e as cabines se inclinam formando um ângulo θ com a vertical. O movimento das cabines é circular uniforme, ambos de raio R . Considere a massa total da cabine e passageiro como $M = 1000$ kg.



Suponha que $\theta = 30^\circ$. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$ para a aceleração gravitacional e despreze todos os efeitos de resistência do ar.

- a) Desenhe na figura anterior o raio R de rotação, para a trajetória da cabine do lado direito, e calcule seu valor.
- b) Desenhe na figura anterior as forças agindo sobre a cabine do lado esquerdo. Qual a direção e o sentido da força resultante F_R sobre esta cabine?
- c) Sabendo que as forças verticais sobre a cabine se cancelam, calcule a tensão no cabo que sustenta a cabine.
- d) Qual o valor da força centrípeta agindo sobre a cabine?

33-(UDESC-SC-09) Na figura a seguir, o sul-africano Mark Shuttleworth, que entrou para história como o segundo turista espacial, depois do empresário norte-americano Dennis Tito, "flutua" a bordo da Estação Espacial Internacional que se encontra



em órbita baixa (entre 350 km e 460 km da Terra). Sobre Mark, é correto afirmar:

- a) tem a mesma aceleração da Estação Espacial Internacional.
- b) não tem peso nessa órbita.
- c) tem o poder da levitação.
- d) permanece flutuando devido à inércia.
- e) tem velocidade menor que a da Estação Espacial Internacional.

34-(UEL-PR-09) Considere um satélite artificial que tenha o período de revolução igual ao período de rotação da Terra (satélite



geossíncrono). É CORRETO afirmar que um objeto de massa m dentro de um satélite desse tipo:

- a) Fica sem peso, pois flutua dentro do satélite se ficar solto.
- b) Apresenta uma aceleração centrípeta que tem o mesmo módulo da aceleração gravitacional do satélite.
- c) Não sente nenhuma aceleração da gravidade, pois flutua dentro do satélite se ficar solto.
- d) Fica sem peso porque dentro do satélite não há atmosfera.
- e) Não apresenta força agindo sobre ele, uma vez que o satélite está estacionário em relação à Terra.

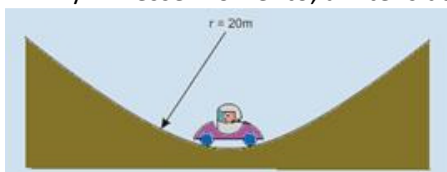
35-(UNESP-SP-2010) Curvas com ligeiras inclinações em circuitos automobilísticos são indicadas para aumentar a segurança do carro a altas velocidades, como, por exemplo, no Talladega Superspeedway, um circuito utilizado para corridas promovidas pela NASCAR (National Association for Stock Car Auto Racing). Considere um carro como sendo um ponto material percorrendo uma pista circular, de centro C , inclinada de um ângulo θ e com raio R , constantes, como mostra a figura, que apresenta a frente do carro em um dos trechos da pista.



Se a velocidade do carro tem módulo constante, é correto afirmar que o carro

- a) não possui aceleração vetorial.
- b) possui aceleração com módulo variável, direção radial e no sentido para o ponto C .
- c) possui aceleração com módulo variável e tangente à trajetória circular.
- d) possui aceleração com módulo constante, direção radial e no sentido para o ponto C .
- e) possui aceleração com módulo constante e tangente à trajetória circular.

36-(PUC-SP-010) Um automóvel de massa 800 kg , dirigido por um motorista de massa igual a 60 kg , passa pela parte mais baixa de uma depressão de raio $r = 20\text{ m}$ com velocidade escalar de 72 km/h . Nesse momento, a intensidade da força de reação que a pista



aplica no veículo é: (Adote $g = 10\text{ m/s}^2$).

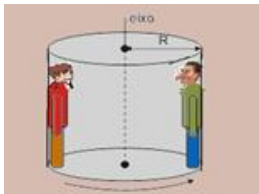
- a) 231.512 N
- b) 215.360 N
- c) 1.800 N
- d) 25.800 N
- e) 24.000 N

37-(UFC-CE-010) Uma partícula de massa m está pendurada no teto através de um fio ideal de comprimento l . Determine o período, sabendo que a partícula realiza um movimento circular uniforme horizontal de raio a , onde $l > a$.

Despreze atritos e considere a aceleração da gravidade local constante e de módulo igual a g . A seguir, assinale a alternativa que apresenta corretamente esse período.

- a) $2\pi\sqrt{l/g}$ b) $2\pi\sqrt{l^2 - a^2} / g$ c) $2\pi(la/g^2)^{1/4}$ d) $T = 2\pi \left(\frac{l^2 - a^2}{g^2} \right)^{1/4}$ e) $T = 2\pi \left(\frac{l^2 + a^2}{g^2} \right)^{1/4}$

38-(UFSC-SC-010) Rotor é um brinquedo que pode ser visto em parques de diversões. Consiste em um grande cilindro de raio R que pode girar em torno de seu eixo vertical central. Após a entrada das pessoas no rotor, elas se encostam nas suas paredes e este começa a girar. O rotor aumenta sua velocidade de rotação até que as pessoas atinjam uma velocidade v , quando, então, o piso é retirado. As pessoas ficam suspensas, como se estivessem "ligadas" à parede interna do cilindro enquanto o mesmo está girando, sem nenhum apoio debaixo dos pés e vendo um buraco abaixo delas.



Em relação à situação descrita, é CORRETO afirmar que:

- 01) a força normal, ou seja, a força que a parede faz sobre uma pessoa encostada na parede do rotor em movimento, é uma força centrípeta.
 02) se duas pessoas dentro do rotor tiverem massas diferentes, aquela que tiver maior massa será a que terá maior chance de deslizar e cair no buraco abaixo de seus pés.
 04) o coeficiente de atrito estático entre a superfície do rotor e as roupas de cada pessoa dentro dele deve ser maior ou igual a gR/v^2 .
 08) o coeficiente de atrito estático entre a superfície do rotor e as roupas de cada pessoa dentro dele é proporcional ao raio do rotor.
 16) o coeficiente de atrito estático entre a superfície do rotor e as roupas de cada pessoa dentro dele é proporcional à velocidade v do rotor.

39-(UFPR-PR-010) Convidado para substituir Felipe Massa, acidentado nos treinos para o grande prêmio da Hungria, o piloto alemão Michael Schumacker desistiu após a realização de alguns treinos, alegando que seu pescoço doía, como consequência de um acidente sofrido alguns meses antes, e que a dor estava sendo intensificada pelos treinos. A razão disso é que, ao realizar uma

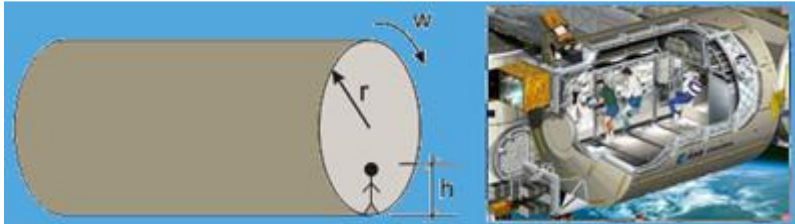


curva, o piloto deve exercer uma força sobre a sua cabeça, procurando mantê-la alinhada com a vertical.

Considerando que a massa da cabeça de um piloto mais o capacete seja de $6,0$ kg e que o carro esteja fazendo uma curva de raio igual a 72 m a uma velocidade de 216 km/h, assinale a alternativa correta para a massa que, sujeita à aceleração da gravidade, dá uma força de mesmo módulo.

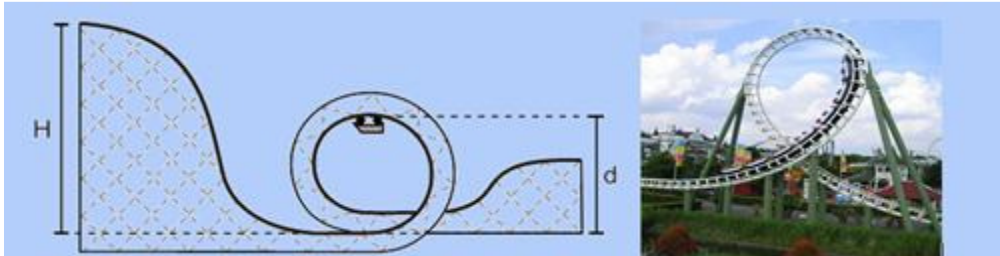
- a) 20 kg. b) 30 kg. c) 40 kg. d) 50 kg.
 e) 60 kg.

40-(UFOP-MG-010) Uma estação espacial é projetada como sendo um cilindro de raio r , que gira em seu eixo com velocidade angular constante W , de modo a produzir uma sensação de gravidade de $1g = 9,8 \text{ m/s}^2$ nos pés de uma pessoa que está no interior



da estação. Admitindo-se que os seus habitantes têm uma altura média de $h = 2 \text{ m}$, qual deve ser o raio mínimo r da estação, de modo que a variação da gravidade sentida entre os pés e a cabeça seja inferior a 1% de g ?

41-(UNESP-SP-010) Algumas montanhas-russas possuem inversões, sendo uma delas denominada loop, na qual o carro, após uma descida íngreme, faz uma volta completa na vertical. Nesses brinquedos, os carros são erguidos e soltos no topo da montanha



mais alta para adquirirem velocidade. Parte da energia potencial se transforma em energia cinética, permitindo que os carros completem o percurso, ou parte dele. Parte da energia cinética é novamente transformada em energia potencial enquanto o carro se move novamente para o segundo pico e assim sucessivamente.

Numa montanha-russa hipotética, cujo perfil é apresentado, o carro (com os passageiros), com massa total de $1\,000 \text{ kg}$, é solto de uma altura $H = 30 \text{ m}$ (topo da montanha mais alta) acima da base de um loop circular com diâmetro $d = 20 \text{ m}$. Supondo que o atrito entre o carro e os trilhos é desprezível, determine a aceleração do carro e a força vertical que o trilho exerce sobre o carro quando este passa pelo ponto mais alto do loop. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

42-(PUC-SP-011) Considere que, numa montanha russa de um parque de diversões, os carrinhos do brinquedo, de massa total ,



passem pelo ponto mais alto do loop, de tal forma que a intensidade da reação normal nesse instante seja nula. Adotando como o raio do loop e a aceleração da gravidade local, podemos afirmar que a velocidade e a aceleração centrípeta sobre os carrinhos na situação considerada valem, respectivamente,

- a) \sqrt{mg} e mr b) \sqrt{rg} e mr c) \sqrt{rg} e mr/g d) \sqrt{rg} e nula e) \sqrt{rg} e g

43-(UFSC-SC-011) Um pêndulo, constituído de uma massa de 0,5 kg presa à extremidade de uma corda, inextensível e de massa desprezível, de 1 m de comprimento, é posto a girar em um círculo vertical, passando pelos pontos A, B, C e D, assinalados na

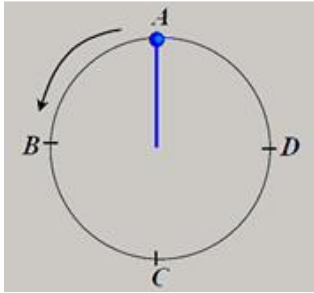
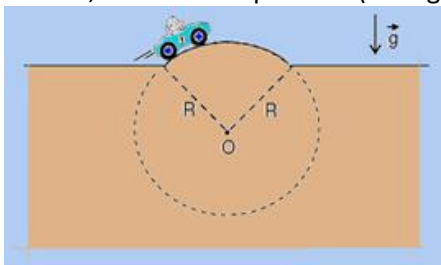


figura. Desconsidere qualquer atrito do pêndulo com o ar entre o fio e o eixo de suspensão.

Em relação ao exposto, assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

- 01. O módulo da força de tensão na corda no ponto C é igual ao peso.
- 02. No ponto B atuam três forças sobre a pedra: o peso, a força centrípeta e a força de tensão da corda.
- 04. A menor velocidade que a massa pode ter no ponto C de modo a descrever a trajetória circular completa é de 50 m/s.
- 08. A menor energia cinética que a massa pode ter no ponto A de modo a descrever a trajetória circular completa é 2,5 J.
- 16. Se a velocidade da massa no ponto B for de 30 m/s, a tensão na corda, nesta posição, será de 15 N.
- 32. Se a velocidade da massa no ponto B for de 30 m/s, a força resultante sobre a massa, nesta posição, será menor do que 7,5 N.

44-(UFAL-AL-011) Um carro passa por uma elevação na pista com velocidade de módulo constante e igual a 10 km/h. A elevação corresponde a um arco de uma circunferência de raio $R = 5$ m, centrada no ponto O (ver figura).



Considerando o carro como uma partícula material, qual a sua aceleração centrípeta, em km/h^2 , sobre a elevação?

- a) 2
- b) 4
- c) 200
- d) 400
- e) 20.000

47-(UFSM-RS-012)



A figura representa dois atletas numa corrida, percorrendo uma curva circular, cada um em uma raia. Eles desenvolvem



velocidades lineares com módulos iguais e constantes, num referencial fixo no solo. Atendendo à informação dada, assinale a resposta correta.

- a) Em módulo, a aceleração centrípeta de A é maior do que a aceleração centrípeta de B.
- b) Em módulo, as velocidades angulares de A e B são iguais.
- c) A poderia acompanhar B se a velocidade angular de A fosse maior do que a de B, em módulo.
- d) Se as massas dos corredores são iguais, a força centrípeta sobre B é maior do que a força centrípeta sobre A, em módulo.
- e) Se A e B estivessem correndo na mesma raia, as forças centrípetas teriam módulos iguais, independentemente das massas.

48-(UFF-SP-012)



Uma criança se balança de um balanço, como representado esquematicamente na figura ao lado. Assinale a alternativa que melhor



representa a aceleração \vec{a} da criança no instante em que ela passa pelo ponto mais baixo da trajetória.



Gabarito

01- A

02- C

03- E

04- C

05- A

06- D

07- A

08- A

09- a) $T=10N$ b) $W=4rad/s$

10- D

11- B

12- C

13- $N=3 \cdot 10^3 N$

14- Ponto A $N=18 \cdot 10^3 N$ Ponto B $N=22 \cdot 10^3 N$ Ponto C $N=20 \cdot 10^3 N$
 $N_B > N_C > N_A$

15- $02 + 04 + 08 + 16 = 30$

16- $F_c = 7p^2 N$

17- a) $W = \dot{\theta}(g/R)$ b) $N = m \cdot g \cdot (R-h)/R$

18- a) $V = \dot{\theta}(1,5 \cdot G \cdot M)/R$

19- a) $T = 3.600s$ ou $T = 1h$ b) $F_c = 3 \cdot 10^{-3} N$

20- a) $N = \dot{\theta} 2 \cdot m \cdot g$

21- a) $V = 3m/s$ b) $T = 5N$

22- $T = 1/2s$ $W = 4prad/s$ $T = 80N$ R- B

23- B

24- B

25- D

26- E

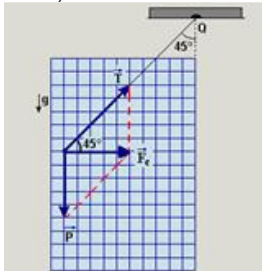
27- $T_2 > T_1$

28- C

29- D

30- C

31- a)



b) $T \approx 4,4s$ c) $T \approx 845 N$ $M_o \approx 253,5 kg$

32- $T = 11.494N$ $F_c = 5.747N$

33- A

34- B

35- D

36- D

37- D

38- $(01 + 04) = 05$

39- B

40- $r = 200m$

41- $N = 10.000N$

42- E

43- $(2 + 8) = 10$

44- E

45- B

46- D.

47- A

48- C

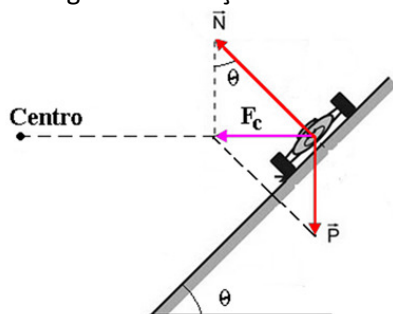
LEITURA COMPLEMENTAR I

Carro em uma pista inclinada



Em algumas corridas de carro as pistas se diferem apenas pela sua inclinação, ou seja, na maioria das vezes vemos pistas horizontais, embora algumas corridas sejam realizadas em pistas sobrelevadas. A figura acima nos mostra um exemplo de uma pista sobrelevada, ou seja, uma **pista inclinada**.

Nesse tipo de situação, em que temos o movimento de um carro em uma pista curva sobrelevada, para que a resultante das forças aponte para o centro da curva, é necessário que essa resultante obedeça ao diagrama de forças. Podemos verificar na figura abaixo o esquema do diagrama de forças.



em um movimento curvilíneo sobre uma pista inclinada, independentemente do atrito, não é necessário que o motorista gire o volante para alterar a direção do movimento se ele mantiver a mesma velocidade. Conforme a composição das forças que atuam no carro da figura acima, temos:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= \frac{F_c}{P} \\ &= \frac{m \cdot v^2}{m \cdot g} \\ \operatorname{tg} \theta &= \frac{v^2}{r \cdot g} \\ v^2 &= r \cdot g \cdot \operatorname{tg} \theta \\ v &= \sqrt{r \cdot g \cdot \operatorname{tg} \theta} \end{aligned}$$

Sabemos que para uma curva plana e horizontal a velocidade do móvel pode ser determinada através da seguinte equação: $v = \sqrt{r \cdot g \cdot \mu_s}$, então, ao substituirmos o atrito por uma inclinação na pista, teremos:

$$\operatorname{tg} \theta = \mu_s$$

Se você estiver em uma pista sobrelevada e quiser fazer a ultrapassagem de outro veículo pelo lado de fora da curva, basta apenas acelerar o veículo, sem girar o volante. Mas se você quiser aumentar a velocidade e permanecer no mesmo nível horizontal, basta que, simultaneamente, você aumente a velocidade do veículo e gire o volante do carro para dentro da curva. Agindo dessa maneira, o uso da força de atrito impedirá que o carro se dirija para fora da curva.

Cabe ressaltar que, se você reduzir a velocidade do carro, o carro tenderá a cair para o centro da curva, porém, para compensar essa queda rumo ao centro da curva, você deve girar o volante para fora da curva.

A fim de simplificar o que foi mencionado podemos fazer uma experiência bastante simples. Se pegarmos um funil e colocarmos uma bolinha de gude dentro e começarmos a fazer com que ela gire, perceberemos que ela descreverá uma curva horizontal. Agora se aumentarmos a velocidade da bolinha de gude veremos que ela tende a “subir” para a lateral do funil. Caso a velocidade da bolinha diminua, ela tende a “cair” para o centro do funil.

FONTE: <http://www.mundoeducacao.com/fisica/carro-uma-pista-inclinada.htm>