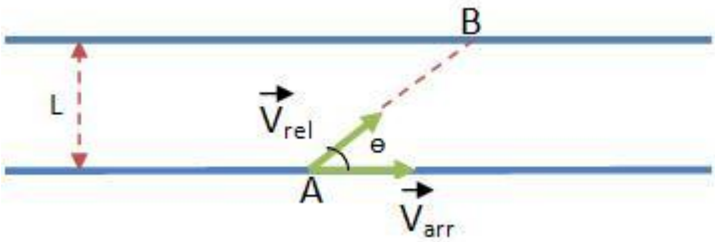
PRINCÍPIOS DE GALILEU OU DA INDEPENDÊNCIA DOS MOVIMENTOS

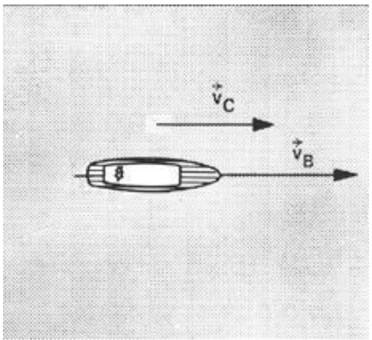
O princípio de independência dos movimentos de Galileu traz este nome, pois, quando um corpo apresenta ,em relação a um observador, um movimento em duas ou mais direções, esses dois movimentos podem ser analisados separadamente, ou seja, o movimento em cada direção ocorre de maneira independente sem que um influencie no outro .estes movimentos porém possuem algo em comum ,o fato de apresentarem a mesma duração (ocorrem no mesmo intervalo de tempo).

Vejamos um exemplo:



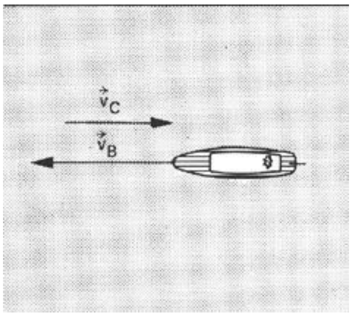
No exemplo acima, podemos considerar um barquinho se movimentando em um rio.
Observe que se não houvesse correnteza, a velocidade do barquinho em relação a um observador parado na margem, seria V_B, porém, com a correnteza, o movimento do barco em relação a este observador seria uma composição do movimento do rio e do próprio barco, de forma que em relação a este observador, o barco apresentaria uma velocidade resultante diferente da velocidade do barco, o que pode ser observado nos exemplos abaixo.

a) Barco se movimentando a favor da correnteza.
Sendo $\vec{V}$ a velocidade do barco em relação ao observador parado na margem, $\vec{V}_B$ a velocidade do barco e $\vec{V}_C$ a velocidade da correnteza, podemos observar que a velocidade $\vec{V}$ é resultante de $\vec{V}_B$ e $\vec{V}_C$, e conforme vimos ,quando vetores atuam na mesma direção e mesmo sentido o módulo do vetor resultante é dado pela soma dos módulos dos vetores,então: $v = v_B + v_C$(o barco desce o rio mais rapidamente do que desceria se não existisse a correnteza).



b) barco se movimenta contra a correnteza

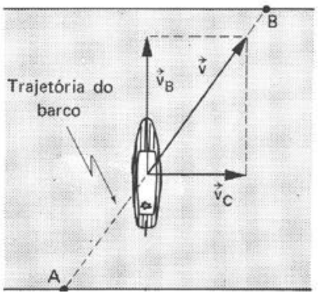
Agora, $\vec{V}_B$ e $\vec{V}_C$ possuem sentidos opostos,sendo assim, o módulo da velocidade resultante será: $v = v_B - v_C$ (o barco gastará mais tempo para subir o rio do que para descer).



c) barco se movimentando perpendicularmente ás margens

Neste caso, $\vec{V}_B$ e $\vec{V}_C$ são perpendiculares entre si. O barco deslocar-se-á na trajetória AB, como mostra a figura. O módulo da velocidade resultante será determinada pelo Teorema de Pitágoras):

$$v = \sqrt{v_B^2 + v_C^2}$$



Podemos então observar que a velocidade do barco e a velocidade da correnteza são perpendiculares entre si,e que a velocidade do barco $\vec{V}_B$ não tem componente na direção de $\vec{V}_C$, ou seja, a correnteza não terá nenhuma influência no tempo que o barco gasta para atravessar o rio; haja ou não correnteza o tempo de travessia será o mesmo, pois o efeito da correnteza é unicamente o de deslocar o barco rio abaixo. Do mesmo modo, sendo nula a componente de $\vec{V}_B$ na direção da correnteza, a velocidade do barco não terá influência no seu movimento rio abaixo. É essa independência de dois movimentos simultâneos e que constituem o princípio da independência dos movimentos de Galileu.

01. Entre as cidades A e B existem sempre correntes de ar que vão de A para B com uma velocidade de 50km/h. Um avião, voando em linha reta, com uma velocidade de 150km/h, em relação ao ar, demora 4h para ir de B até A. Qual a distância entre as duas cidades?

Solução:

O vento sopra de A para B. O avião voa de B para A. Como as velocidades têm sentidos contrários, a velocidade resultante do avião é:

$v = 150 - 50 = 100$km/h

O avião percorre a distância entre as duas cidades em 4h. Então:

$S = So + vt$

$S = 0 + 100 \times 4 = 400$km (a distância entre A e B).

Exercícios

01. (FEI) Um vagão está animado de velocidade cujo módulo é V, relativa ao solo. Um passageiro, situado no interior do vagão move-se com a mesma velocidade, em módulo, com relação ao vagão. Podemos afirmar que o módulo da velocidade do passageiro, relativa ao solo, é:

a) certamente menor que V;
b) certamente igual a V;
c) certamente maior que V;
d) um valor qualquer dentro do intervalo fechado de 0 a 2V;
e) n.d.a.

02. A lei de movimento de uma partícula, relativamente a um referencial cartesiano, é dada pelas equações$\boldsymbol{x = 2{,}0t^2}$ e $\boldsymbol{y = 1{,}0t^2 + 1{,}0}$ um unidades do SI. A trajetória da partícula é uma:

a) circunferência
b) elipse
c) hipérbole
d) parábola
e) reta

03. (UNITAU) A trajetória descrita por um ponto material P e a equação horária da projeção horizontal de P, num sistema de coordenadas cartesiano ortogonal Oxy, expressas em unidades do sistema internacional, são respectivamente: $\boldsymbol{y = 0{,}125x^2}$ e $\boldsymbol{x = 6{,}0t}$, onde *x* e *y* são coordenadas de P e t é tempo. A velocidade de P segundo Ox e a aceleração de P segundo Oy, em unidades do sistema internacional, têm densidades iguais a:

a) 4,5 e 6,0
b) 6,0 e 9,0
c) 3,0 e 9,8
d) 6,0 e 4,5
e) 3,0 e 9,0

04. Um saveiro, com motor a toda potência, sobe o rio a 16 km/h e desce a 30 km/h, velocidades essas, medidas em relação às margens do rio. Sabe-se que tanto subindo como descendo, o saveiro tinha velocidade relativa de mesmo módulo, e as águas do rio tinham velocidade constante V. Nesse caso, V, em km/h é igual a:

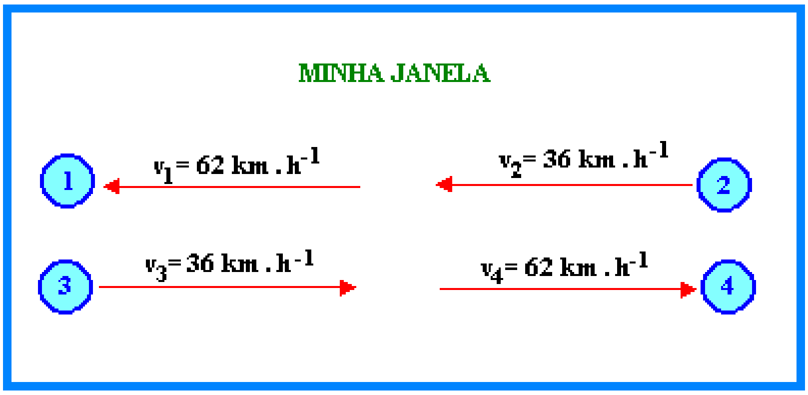
a) 7,0
b) 10
c) 14
d) 20
e) 28

05. Um homem rema um barco com velocidade de 5,00 km/h na ausência de correnteza. Quanto tempo ele gasta para remar 3,00 km rio abaixo e voltar ao ponto de partida num dia em que a velocidade da correnteza é de 1,0 km/h?

a) 1,25 h
b) 1,20 h
c) 1,15 h
d) 1,10 h
e) 1,00 h

06. (VUNESP) Gotas de chuva que caem com velocidade **v = 20 m/s**, são vistas através da minha vidraça formando um ângulo de 30° com a vertical, vindo da esquerda para a direita.

Quatro automóveis estão passando pela minha rua com velocidade de módulos e sentidos indicados. Qual dos motoristas vê, através do vidro lateral, a chuva caindo na vertical?



a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) nenhum deles vê a chuva na vertical.

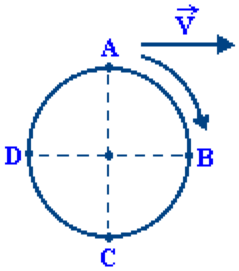
07. Um barco pode atravessar um rio de largura constante, de modo que o tempo de trajeto seja o mínimo possível. Para tanto:

a) o barco deve ser disposto em relação à correnteza de modo que o percurso seja o mínimo possível;
b) o barco deve ser disposto de modo que a sua velocidade em relação às margens seja a máxima possível;
c) o barco deve ser disposto de modo que sua velocidade resultante em relação às margens seja perpendicular à correnteza;
d) o barco deve ser disposto de modo que sua velocidade própria (velocidade relativa às águas) seja perpendicular à correnteza;
e) n.d.a.

08. (SANTA CASA) Um automóvel percorre um trecho retilíneo de uma estrada mantendo constante sua velocidade escalar linear. O ponto de contato entre um pneu e a estrada:

a) tem velocidade nula em relação à estrada;
b) tem velocidade nula em relação ao automóvel;
c) está em repouso em relação à qualquer ponto do pneu;
d) executa movimento circular e uniforme em relação à estrada;
e) tem a mesma velocidade linear do centro da roda, em relação à estrada.

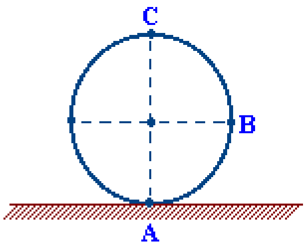
09. (UNIP) Considere um automóvel com velocidade constante em uma estrada reta em um plano horizontal. No pneu do automóvel estão desenhados quatro patinhos. Quando o automóvel passa diante de um observador parado à beira da estrada, este tira uma fotografia do pneu.



Na figura representamos o pneu no instante da fotografia e os quatro patinhos ocupam as posições A, B, C e D. A respeito da nitidez dos patinhos na foto podemos afirmar que:

a) O patinho C é o mais nítido e o patinho A é menos nítido.
b) Todos os patinhos são igualmente nítidos.
c) Todos os patinhos têm nitidez diferente.
d) O patinho A é o mais nítido.
e) O patinho D é o menos nítido.

10. A figura mostra uma roda que rola sem deslizar sobre o solo plano e horizontal.



Se o eixo da roda se translada com velocidade constante de intensidade 50 m/s, que alternativa apresenta os valores mais próximos das intensidades das velocidades dos pontos A, B e C em relação ao solo, no instante considerado?

	ponto A	**ponto B**	**ponto C**
a)	50 m/s	50 m/s	50 m/s
b)	zero	70 m/s	100 m/s
c)	zero	50 m/s	100 m/s
d)	25 m/s	30 m/s	50 m/s
e)	100 m/s	100 m/s	100 m/s

Gabarito

01 - D	**02** - E	**03** - B	**04** - A	**05** - A
06 - C	**07** - D	**08** - A	**09** - A	**10** - B

LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS NO VÁCUO

Quando um corpo se movimenta no vácuo, abandonado ou lançado em relação à direção vertical, fica submetido a ação exclusiva da força Peso, de forma que a aceleração do corpo é a da gravidade ($\vec{g}$).
Estes movimentos serão estudados como uniformemente variados, visto que trabalharemos com alturas próximas a superfície da Terra, onde a variação do valor da gravidade será desprezível e são divididos em: lançamentos verticais (incluindo a queda livre), lançamentos horizontais e os lançamentos oblíquos.

1-Queda Livre

O estudo de queda livre vem desde a Grécia antiga, mais precisamente da época do filósofo grego Aristóteles (300 a.C). Ele afirmava que se duas pedras, de massas diferentes, fossem abandonadas da mesma altura, a mais pesada atingiria o solo mais rapidamente. Tal afirmação foi aceita como verdadeira durante vários séculos. Somente por volta do século XVII o físico Galileu Galilei a contestou.

Considerado o pai da experimentação, Galileu acreditava que só se podiam fazer afirmações referentes aos comportamentos da natureza mediante a realização de experimentos. Credita-se a Galileu, uma experiência na torre inclinada de Pisa para basear a sua contestação. Conta-se que ele deixou cair uma grande pedra junto com outra pequena, do balcão mais alto da torre, observando que elas chegaram juntas ao solo, comprovando que a afirmação de Aristóteles estava errada.

Após a realização de outros experimentos de queda de corpos, Galileu percebeu que os corpos atingiam o solo em diferentes instantes. Observando o fato dessa diferença de instantes de tempo de queda, ele lançou a hipótese de que o ar tinha a ação retardadora do movimento. Anos mais tarde foi comprovada experimentalmente a hipótese de Galileu. Ao abandonar da mesma altura dois corpos, de massas diferentes e livres da resistência do ar (vácuo), é possível observar que o tempo de queda é igual para ambos.

O movimento de queda livre, como já foi dito, é uma particularidade do movimento uniformemente variado. Ele ocorre quando um corpo de massa **m** é abandonado de certa altura, sujeito a ação exclusiva da gravidade. As equações da queda livre são as mesmas do MUV, adotando a velocidade inicial (v_0)e a posição inicias (S_0) nulas.
A aceleração do corpo, como já foi dito, é a gravidade e a altura de queda é o espaço percorrido.
As equações que regem a queda livre são:
$\mathbf{H = \frac{g.t^2}{2}}$,deduzida a partir da equação da posição do MUV.
$\mathbf{V = g.t}$, derivada da equação da velocidade do MUV
$\mathbf{V^2 = 2.g.H}$, determinada a partir da equação de Torricelli.

Obs. O valor da gravidade é o da superfície da Terra.
Exercício resolvido.

1-Um corpo é abandonado de uma altura de 80m em um local em que a gravidade vale $10m/s^2$.
Desprezando a resistência do ar determine o tempo de queda e a velocidade com que ele chega ao chão

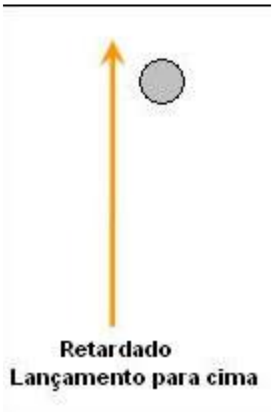
Resolução
Aplicando a equação das posições temos:
$S = S_0 + V_0.t + a. t^2 / 2$
Como H =80m e g = $10m/s^2$, ficamos com:
$80 = 10. t^2 / 2$
$t^2 = 16$
t = 4s (tempo de queda)
Através da equação da velocidade , achamos a velocidade com que o corpo chega ao solo.
$V = V_0 + a.t$
V = 10.4
V = 40m/s

2-Lançamentos verticais

Podemos usar as mesmas funções que descrevem o movimento de queda livre para descrever o lançamento vertical, observando que os lançamentos verticais se diferenciam do movimento de queda livre, pois por se tratar de um lançamento, fornecemos ao móvel uma velocidade inicial diferente de zero
Dessa forma no lançamento vertical para cima, como o movimento do corpo ocorre em sentido oposto ao da gravidade, adotamos a aceleração negativa (a=-g) e no lançamento vertical para baixo a aceleração do móvel é positiva (a = g)

2.1-Lançamento vertical para cima.

Com base no que foi dito anteriormente , como se trata de um movimento contra a gravidade, a medida que um corpo lançado para cima sobe, sua velocidade escalar diminui até que se anule no ponto de altura máxima.



2.2-Lançamento vertical para baixo.

Ao contrário do lançamento vertical para cima, o lançamento vertical para baixo é um movimento acelerado, pois está na mesma direção e sentido da aceleração gravitacional. Assim, a velocidade de um corpo lançado verticalmente para baixo aumenta à medida que o corpo desce.
As equações referentes a estes movimento são:

a) Equação horária das posições

$$H = V_0 . t \pm \frac{g.t^2}{2}$$

b) Equação horária da velocidade

$$V = V_0 \pm g.t$$

c) Equação de Torricelli

$$V^2 = V_0^2 \pm 2.g. H$$

Exercício resolvido

1-Um corpo é lançado do solo verticalmente para cima com velocidade inicial de 20m/s. Desprezando-se os atritos com o ar e admitindo-se a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2, calcule:
a) o tempo gasto pelo corpo para atingir o ponto mais alto da trajetória.
b) a altura máxima atingida pelo corpo.

Resolução

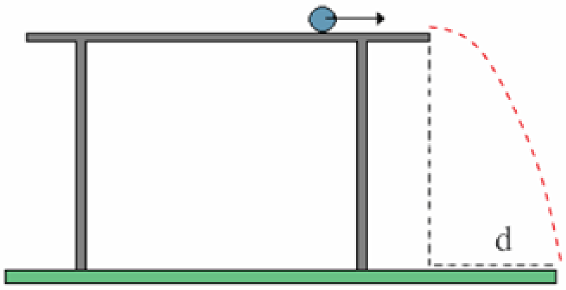
a) quando o corpo chega ao ponto mais alto da trajetória ele pára. Logo, sua velocidade é igual a zero neste instante. Considerando o sentido da trajetória para cima, temos:
$g = 10\ m/s^2$;
$V_0 = 20\ m/s$
$V = 0$
$V = V_0 + a.\ t$
$0 = 20 – 10.t$
$10.t = 20$
$t = 20/10$
t = 2s (o tempo gasto pelo corpo para atingir o ponto mais alto da trajetória)

b) no instante 2s o corpo atinge sua altura máxima, logo:
$S = S_0 + V_0.t + a.\ t^2 / 2$
$S = 0 + 20.2 - 10.\ 2^2 / 2$
$S = 40 – 20$
S = 20 m (altura máxima)

3-Lançamentos Horizontais

Este movimento consiste em, a partir de um ponto situado a uma altura h, acima do solo, lançar horizontalmente um móvel.

Todo corpo lançado horizontalmente com velocidade V_o de um ponto próximo a superfície da Terra, desprezados os atritos do ar, fica sujeito unicamente à força peso, e obedece à trajetória da figura abaixo, que é um arco de parábola.



Nestes lançamentos, o corpo realiza dois movimentos simultâneos, um horizontal e um vertical de acordo com o princípio da independência de Galileu. Vamos então analisar os dois movimentos separadamente.

3.1-Direção Horizontal

Como não existe a resistência do ar, na direção horizontal não existe força atuando sobre o corpo de forma que nesta direção ocorre um movimento uniforme. Sendo assim, a equação que rege o movimento nessa direção é:

$S = S_0 + v.t$,

Onde:

S = alcance do lançamento (A)

$S_0 = 0$

v = velocidade de lançamento

t = tempo de queda

3.2-Direção Vertical

Na direção vertical, como a força resultante que atua no corpo é o Peso, o movimento é acelerado.

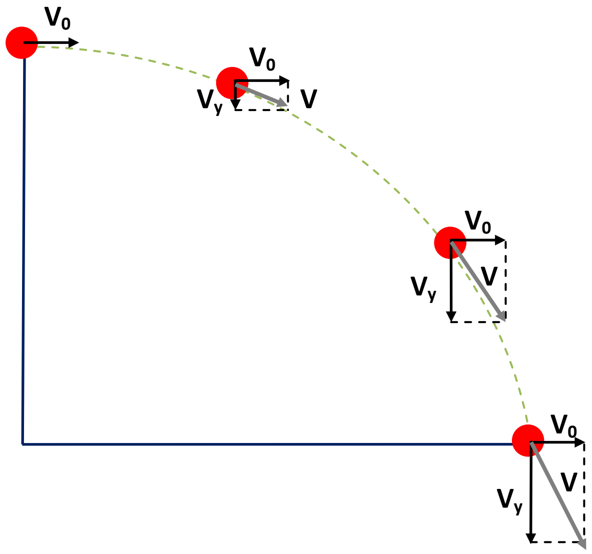
Para este lançamento, a velocidade inicial na vertical é nula , ou seja,nessa direção , o movimento ocorre como se fosse uma queda livre, e as equações são :

a) equação das posições: $H = \frac{g.t^2}{2}$

b) equação da velocidade: $V = g.t$

c) equação de Torricelli : $V^2 = 2.g.H$

Como o movimento ocorre em relação a duas direções, o vetor velocidade varia de intensidade durante a queda, o que pode ser observado na figura abaixo



Durante a queda, a velocidade horizontal permanece constante, ao passo que a velocidade vertical (V_y) vai aumentando a intensidade até atingir o valor máximo ao atingir o solo. A velocidade resultante do movimento é tangente á trajetória e sua intensidade é determinada pelo teorema de Pitágoras

$$V = \sqrt{V_o^2 + V_Y^2}$$

Exercício resolvido

01. Uma bolinha rola por toda a extensão de uma mesa horizontal de 5m de altura e a abandona com uma velocidade horizontal de 12m/s. Calcule o tempo de queda e a distância do pé da mesa ao ponto onde cairá a bolinha (g = 10m/s^2).

Solução:
Calculemos, inicialmente, o tempo de queda, considerando apenas o movimento vertical (queda livre – MUV acelerado):

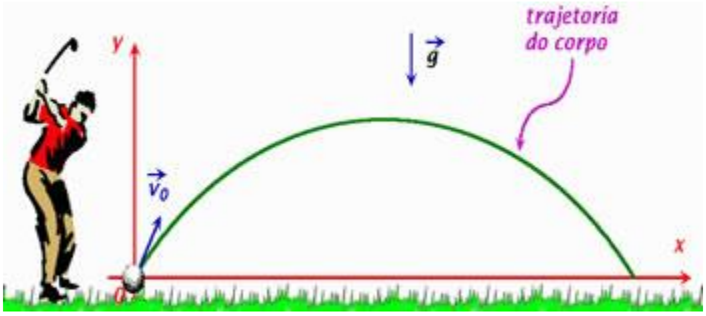
$$H = v_0 t + \frac{gt^2}{2} \therefore 5 = 0 + \frac{10}{2}t^2 \therefore 5 = 5t^2 \therefore t = 1s$$

Considerando agora o movimento horizontal (uniforme), teremos:

$$V_H = \frac{S_H}{t} \therefore S_H = v_H . t = 12 \times 1 = 12m$$

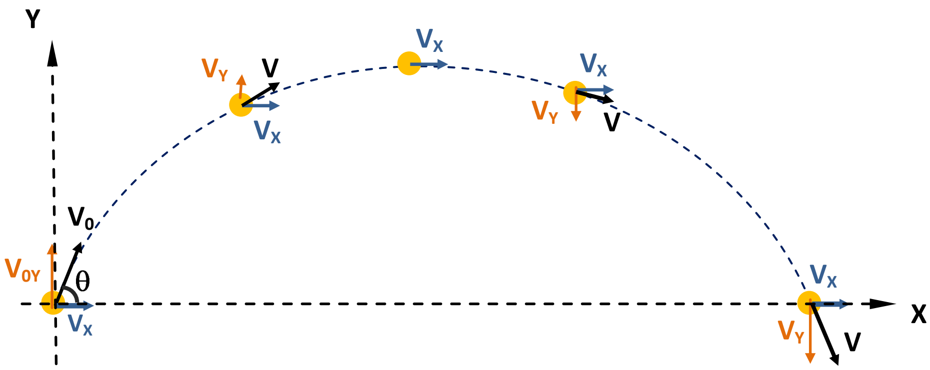
4-Lançamento Oblíquo

Quando um jogador de golfe dá uma tacada na bola na direção do buraco, ela realiza um movimento parabólico chamado lançamento oblíquo.



Observe a partir da figura ,que nestes movimentos, o corpo é lançado fazendo um ângulo θ com a direção horizontal.

Para começarmos a estudar estes movimentos, vamos inicialmente decompor a velocidade de lançamento nas direções horizontal e vertical e a partir daí analisar o vetor velocidade durante o movimento com base na figura que se segue.



Observe que a componente $\mathbf{V_x = V_0.\cos\theta}$ e $\mathbf{V_{0Y} = V_0.\sin\theta}$ e que ao longo da trajetória , $\mathbf{V_Y}$ varia de intensidade, diminuindo na subida(movimento retardado)e aumentando na descida (movimento acelerado).

Podemos também através da figura perceber que no ponto de altura máxima, a velocidade do corpo atinge seu valor mínimo pois a componente vertical $\mathbf{V_Y}$ é nula , e como $\mathbf{V_X}$ é constante resulta que a velocidade $\mathbf{V = V_X}$.

Feito isso, agora vamos analisar o lançamento oblíquo da mesma forma que analisamos o lançamento horizontal, trabalhando as direções horizontal e vertical de maneira isolada, e depois fazendo a composição dos dois movimentos.

4.1-Direção Vertical

Como o movimento na vertical está sob a ação da gravidade, o movimento nesta direção é uniformemente variado de forma que a velocidade vertical como já foi observado anteriormente, varia ao longo da trajetória, como se fosse um lançamento vertical para cima. Sendo assim,as equações do movimento vertical são:

a)Função horária do espaço

$$\mathbf{H = V_{0y}t + \frac{gt^2}{2}}$$

b)Função horária da velocidade

$$\mathbf{V_y = V_{0y} + gt}$$

c)Equação de Torricelli

$$\mathbf{V_y^2 = V_{0y}^2 + 2g\Delta H}$$

Cálculo do tempo de subida e do tempo total

Para calcular o tempo de subida, usamos a função horária da velocidade lembrando que na altura máxima $V_Y = 0$

$V_y = Vo_y - g\,t$

$V_y = V_o\,\mathrm{sen}\theta - g\,t$

$0 = V_o.\mathrm{sen}\theta - gt_S$

Então :

$$\boxed{t_s = \frac{V0\ sen\alpha}{g}}$$

Quando a posição de lançamento é a mesma de chegada (mesma altura)sendo desprezada a resistencia do ar, o tempo da subida e o da queda são os mesmos. Vejamos:

$$\boxed{t_q = t_s = \frac{V0\ sen\alpha}{g}}$$

Então, o tempo total do movimento é dado por:

$$\boxed{t_t = 2t_s = 2\frac{V0\ sen\alpha}{g}}$$

Altura máxima (H_{MAX}.)

Aplica-se a equação de Torricelli, lembrando que $V_y = 0$

$$\mathbf{0^2 = V_{0y}^2 + 2gH_{MÁX}}$$

$$\mathbf{H_{MÁX} = \frac{V_{0y}^2}{2g}} \Rightarrow \boxed{H_{máx} = \frac{V^2o\ (sen\theta)^2}{2\ g}}$$

4.2- Direção Horizontal

Como no lançamento horizontal, o corpo não é acelerado nesta direção, executando um movimento uniforme , do qual calculamos o Alcance(distancia horizontal) a partir da equação $\mathbf{A = V_x.t_t}$ onde $\mathbf{V_x}$ é a velocidade horizontal do movimento , tendo valor constante durante todo movimento e $\mathbf{t_t}$ é o tempo total (tempo de subida mais tempo de descida).

Cálculo do Alcance máximo

Para definir o alcance máximo, vamos substituir na equação do alcance as equações da velocidade horizontal V_x e do tempo total vistas anteriormente.

Como o alcance é determinado por $A = V_x.t_t$ a velocidade horizontal por $V_x = V_0.\cos\theta$ e o tempo total por $t_{total} = (2V_0 \operatorname{sen} \theta)/g$ então :

$A= V_0.\cos\theta.(2V_0 \operatorname{sen} \theta)/g$

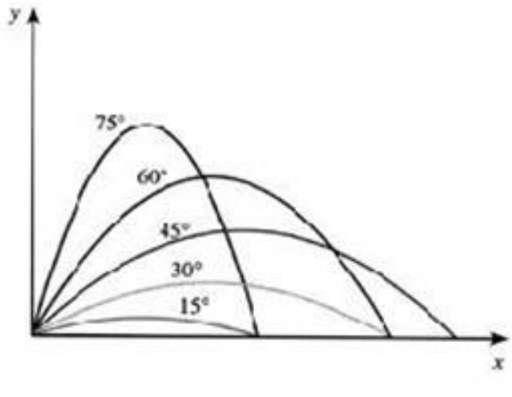
$A=V_{0.}^{2}\ 2.\cos\theta.\ \operatorname{sen}\theta\ /\ g$, da trigonometria deduzimos que $2.\cos\theta.\ \operatorname{sen}\theta = \operatorname{sen}2\theta$, uma outra equação para calcular o alcance é:

$$\mathbf{A}= \frac{V_{0.}^{2}\mathbf{sen\ 2\theta}}{g}$$

A partir desta equação, podemos determinar que o Alcance máximo se dá quando o ângulo de lançamento é de 45°.Então o Alcance máximo é calculado por:

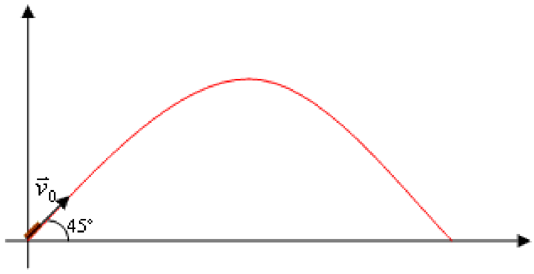
$$A = \frac{V_0^2}{g}$$

Importante: o alcance é o mesmo para diferentes corpos, lançados com a mesma velocidade inicial e com ângulos de lançamento complementares (aqueles cuja soma vale 90°).

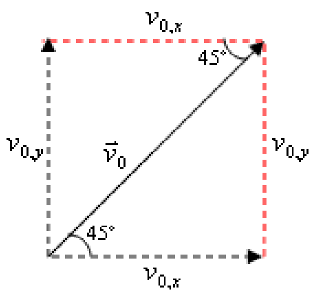


Exercício resolvido

Um dardo é lançado com uma velocidade inicial v_0=25m/s, formando um ângulo de 45° com a horizontal. (a) Qual o alcance máximo (b) e a altura máxima atingida?



Para calcular este movimento deve-se dividir o movimento em vertical e horizontal.
Para decompor o vetor V_0 em seus componentes são necessários alguns fundamentos de trigonometria:



Genericamente podemos chamar o ângulo formado de θ .
Então:

$$\sin\theta = \frac{v_{0,y}}{|\vec{v}_0|}$$

logo:

$$v_{0,y} = |\vec{v}_0|\, sen\,\theta$$ ***e:***

$$\cos\theta = \frac{v_{0,x}}{|\vec{v}_0|}$$

logo:

$$v_{0,x} = |\vec{v}_0|\cos\theta$$

*(*a) No sentido horizontal (substituindo o s da função do espaço por x):

$$x = x_0 + v_{0,x}\cdot t$$

sendo

$$v_{0,x} = |\vec{v}_0|\cos\theta$$

temos:

(1) $x = x_0 + |\vec{v}_0|\cos\theta\cdot t$

No sentido vertical (substituindo h por y):

$$y = y_0 + v_{o,y}\cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

sendo

$$v_{0,y} = |\vec{v}_0|\, sen\,\theta$$

temos:

(2) $$y = y_0 + |\vec{v}_0|\, sen\,\theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

E o tempo é igual para ambas as equações, então podemos isolá-lo em (1), e substituir em (2):

(1) $$x = x_0 + |\vec{v}_0| \cos\theta \cdot t$$

e $x_0 = 0$, então:

$$t = \frac{x}{|\vec{v}_0| \cos\theta}$$

onde substituindo em (2):

(2) $$y = y_0 + |\vec{v}_0|\, sen\,\theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = y_0 + |\cancel{\vec{v}_0}|\, sen\,\theta \cdot \frac{x}{|\cancel{\vec{v}_0}| \cos\theta} - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{|\vec{v}_0| \cos\theta} \right)^2$$

$y_0 = 0$ e onde o alcance é máximo $y = 0$. Então temos:

$$0 = x \cdot \frac{sen\,\theta}{\cos\theta} - \frac{g x^2}{2 |\vec{v}_0|^2 \cos^2\theta}$$

mas $\frac{sen\,\theta}{\cos\theta} \equiv \tan\theta$, então:

$$\frac{g x^2}{2 |\vec{v}_0|^2 \cos^2\theta} - x \tan\theta = 0$$

resolvendo esta equação por fórmula de Baskara:

$$x = \frac{2 \tan\theta . |\vec{v}_0|^2 \cos^2\theta}{g}$$

mas

$$\frac{sen\,\theta}{\cos\theta} \equiv \tan\theta$$

então:

$$x = \frac{2 \frac{sen\,\theta}{\cancel{\cos\theta}} \cdot |\vec{v}_0|^2 \cos^{\cancel{2}}\theta}{g}$$

$$x = \frac{2 sen\,\theta \cos\theta \cdot |\vec{v}_0|^2}{g}$$

mas

$$2 sen\,\theta \cos\theta \equiv sen\,2\theta$$

Então

$$x = \frac{|\vec{v}_0|^2}{g} \cdot sen\,2\theta$$

Substituindo os dados do problema na equação:

$$x = \frac{25^2}{10} \cdot sen2(45°)$$

$$x = \frac{625}{10} \cdot sen90°$$

$$x = 62{,}5m$$

(b) Sabemos que quando a altura for máxima $v_y = 0$. Então, partindo da equação de Torricelli no movimento vertical:

$$v^2{}_y = v_{0,y}^2 - 2g\Delta y$$

e substituindo os dados do problema na equação, obtemos:

$$0 = (v_0 sen\theta)^2 - 2g(y - y_0)$$

$$2gy = v_0^2 sen^2\theta$$

$$y = \frac{v_0^2 sen^2\theta}{2g}$$

$$y = \frac{(25m/s)^2 (sen^2 45)}{2(10m/s^2)}$$

$$y = 15{,}625m$$

Exercícios

01. Um projétil é lançado com velocidade inicial de intensidade igual a 50 m/s. A trajetória faz na origem um ângulo de 37° com a horizontal. As intensidades da velocidade e da aceleração no ponto mais alto da trajetória são: **Dados: sen 37° = 0,60; cos 37° = 0,80; g = 10 m/s^2 Despreza-se o efeito do ar.**

a) v = 40 m/s; a = zero;
b) v = zero; a = zero;
c) v = 40 m/s; a = 10 m/s^2;
d) v = 30 m/s; a = zero;
e) v = zero; a = 10 m/s^2.

02. Em um local onde o efeito do ar é desprezível e g = 10 m/s^2 um nadador salta de um trampolim de 12m de altura e atinge a água a uma distância de 6,0 m, medida horizontalmente da borda do trampolim, em um intervalo de tempo de 2,0s. A velocidade do nadador no instante do salto tem intensidade igual a:

a) 3,0 m/s
b) 4,0 m/s
c) 1,0 m/s
d) 5,0 m/s
e) 7,0 m/s

03. (UECE) Num lugar em que g = 10 m/s^2, lançamos um projétil com a velocidade de 100 m/s e formando com a horizontal um ângulo de elevação de 30°. A altura máxima será atingida após:

a) 3s
b) 4s
c) 5s
d) 10s
e) 15s

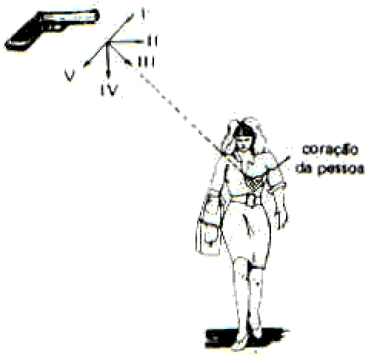
04. (FEI) Um projétil é lançado a partir do solo, com velocidade de intensidade v_0 = 100 m/s. Quando retorna ao solo, sua distância ao ponto de lançamento (alcance) é de 1000 m. A menor velocidade do projétil durante seu movimento é aproximadamente:

a) zero;
b) 100 m/s
c) 87 m/s
d) 70 m/s
e) 50 m/s

05. Ganhou destaque no voleibol brasileiro a jogada denominada "jornada nas estrelas", na qual a bola arremessada de um lado da quadra sobe cerca de 20 m de altura antes de chegar ao adversário do outro lado. Quanto tempo, em segundos, a bola permanece no ar? Adote g = 10 m/s^2 e não considere o efeito do ar.

a) 20
b) 10
c) 5,0
d) 4,0
e) 2,0

06. No exato instante em que o revólver é acionado, no esquema da figura, a pessoa inicia uma queda livre vertical a partir do repouso. Desprezando-se resistência e empuxo do ar, considerando o campo de gravidade uniforme e desejando-se que o projétil atinja o coração da pessoa, escolha a posição conveniente para o cano do revólver:



a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

07. (UNIP) Um atirador aponta um fuzil diretamente para um pequeno pássaro parado no alto de uma árvore.
Não se considera afeito do ar e admite-se o campo de gravidade uniforme. No exato instante em que o projétil é disparado, o pássaro inicia um movimento de queda livre, a partir do repouso. Supondo que o alcance horizontal do projétil seja maior que D, assinale a opção correta:

a) a trajetória do projétil será retilínea e ele passará acima do pássaro;
b) a trajetória do projétil será parabólica (em relação ao solo) e o projétil certamente atingirá o pássaro;
c) a trajetória do projétil será parabólica (em relação ao solo) e o projétil passará abaixo do pássaro;
d) a trajetória do projétil será parabólica (em relação ao solo) e o projétil passará acima do pássaro;
e) a trajetória do projétil será parabólica (em relação ao solo) e o projétil não atingirá o pássaro.

08. (UNIP) Em uma região onde o efeito do ar é desprezível e o campo de gravidade é uniforme, dois projéteis A e B são lançados a partir de uma mesma posição de um plano horizontal. O intervalo de tempo decorrido, desde o lançamento até o retorno ao solo horizontal, é chamado de tempo de vôo.
Sabendo que os projéteis A e B atingem a mesma altura máxima H e foram lançados no mesmo instante, podemos concluir que:

a) os projéteis foram lançados com velocidades de mesma intensidade;
b) as velocidades dos projéteis no ponto mais alto da trajetória são iguais;
c) os ângulos de tiro (ângulo entre a velocidade de lançamento e o plano horizontal) são complementares;
d) a cada instante os projéteis A e B estavam na mesma altura e o tempo de vôo é o mesmo para os dois;
e) durante o vôo, os projéteis têm aceleração diferentes.

09. (CESGRANRIO) Para bombardear um alvo, um avião em vôo horizontal a uma altitude de 2,0 km solta uma bomba quando a sua distância horizontal até o alvo é de 4,0 km. Admite-se que a resistência do ar seja desprezível. Para atingir o mesmo alvo, se o avião voasse com a mesma velocidade, mas agora a uma altitude de apenas 0,50 km, ele teria que soltar a bomba a uma distância horizontal do alvo igual a:

a) 0,25 km
b) 0,50 km
c) 1,0 km
d) 1,5 km
e) 2,0 km

10. (ITA) Um avião de bombardeio voa a uma altitude de 320 m com uma velocidade de 70 m/s e surpreende uma lancha torpedeira viajando a 20 m/s na mesma direção e sentido do avião. A que distância horizontal atrás da lancha o avião deve lançar a bomba para atingi-la? Adote $g = 10 m \cdot s^{-2}$.

a) 560 m
b) 160 m
c) 400 m
d) 2 100 m
e) 600 m

11. (CEFET) Uma bola de pingue-pongue rola sobre uma mesa com velocidade constante de 2m/s. Após sair da mesa, cai, atingindo o chão a uma distância de 0,80m dos pés da mesa. Adote $g = 10 m/s^2$, despreze a resistência do ar e determine:

a) a altura da mesa.
b) o tempo gasto para atingir o solo.

12. (STA CASA-SP) Um canhão, em solo plano e horizontal, dispara uma bala, com ângulo de tiro de 300 . A velocidade inicial da bala é 500 m/s. Sendo g = 10 m/s2 o valor da aceleração da gravidade no local, qual a altura máxima da bala em relação ao solo, em km?

13. (PUCC-SP) Calcular o alcance de um projétil lançado por um morteiro com velocidade inicial de 100 m/s, sabendo-se que o ângulo formado entre o morteiro e a horizontal é de 300. Adotar g = 10 m/s2 .

14. (OSEC-SP) Um corpo é lançado obliquamente para cima, formando um ângulo de 300 com a horizontal. Sabe-se que ele atinge uma altura máxima hmáx = 15 m e que sua velocidade no ponto de altura máxima é v = 10 m/s. Determine a sua velocidade inicial. Adotar g = 10 m/s2 .

15.) (FEI-SP) Um objeto voa numa trajetória retilínea, com velocidade v = 200 m/s, numa altura H = 1500 m do solo. Quando o objeto passa exatamente na vertical de uma peça de artilharia, esta dispara um projétil, num ângulo de 600 com a horizontal. O projétil atinge o objeto decorrido o intervalo de tempo Dt. Adotar g = 10 m/s2. Calcular a velocidade de lançamento do projétil.

16.(FEI-SP) Calcular o menor intervalo de tempo t em que o projétil atinge o objeto, de acordo com os dados da questão anterior.

17. (PUCC-SP) Um avião, em vôo horizontal, está bombardeando de uma altitude de 8000 m um destróier parado. A velocidade do avião é de 504 km/h. De quanto tempo dispõe o destróier para mudar seu curso depois de uma bomba ter sido lançada ? (g = 10 m/s2).

18. (F.C.CHAGAS-SP) Um avião precisa soltar um saco com mantimentos a um grupo de sobreviventes que está numa balsa. A velocidade horizontal do avião é constante e igual a 100 m/com relação à balsa e sua altitude é 2000 m. Qual a distância horizontal que separa o avião dos sobreviventes, no instante do lançamento ? (g = 10 m/s2).

19.) (UFBA) De um ônibus que trafega numa estrada reta e horizontal com velocidade constante de 20 m/s desprende-se um parafuso, situado a 0,80 m do solo e que se fixa à pista no local em que a atingiu. Tomando-se como referência uma escala cujo zero coincide com a vertical no instante em que se inicia a queda do parafuso e considerando-se g = 10 m/s2, determine, em m, a que distância este será encontrado sobre a pista.

20. (CESGRANRIO-RJ) Para bombardear um alvo, um avião em vôo horizontal a uma altitude de 2,0 km solta a bomba quando a sua distância horizontal até o alvo é de 4,0 km. Admite-se que a resistência do ar seja desprezível. Para atingir o mesmo alvo, se o avião voasse com a mesma velocidade, mas agora a uma altitude de apenas 0,50 km, ele teria que soltar a bomba a que distância horizontal do alvo?

Gabarito:

01 - C	**02 - D**	**03 - C**	**04 - D**	**05 - D**
06 - C	**07 - B**	**08 - D**	**09 - E**	**10 - C**

11 - a) 0,8m b) 0,4s 1 2 - 3125 m 13 - 870 m

14 - 34,6 m/s 15 - 400 m/s 16 - 4,6 s

17 - 40 s 18 - 2000 m

19 - 8 m 20 - 2000 m