

# DINÂMICA

Dando continuidade ao estudo da mecânica, vamos agora falar da Dinâmica que como já vimos, é a parte da mecânica que estuda os movimentos dos corpos se preocupando com as suas causas.

O termo **dinâmica** é provindo do grego dynamike, significa forte, ou seja, o objeto principal do estudo da dinâmica é a força. Mas, o que se entende por força?

Define-se força, como todo agente físico que atua sobre um corpo e é capaz de modificar seu estado de repouso ou de movimento retilíneo e uniforme. Sendo assim, a força pode provocar dois efeitos: dinâmico e / ou estático.

## a) Dinâmico

Varição da velocidade de um corpo isto é, faz com que o corpo fique submetido a uma aceleração.

## b) Estático

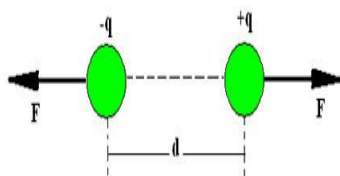
Faz com que o corpo mude seu formato (sofra uma deformação).

Por se tratar de uma grandeza vetorial, é importante chamar a atenção para o fato de que uma força só ficará completamente caracterizada se conhecermos não só o seu valor numérico, isto é, o seu módulo, mas também a sua direção e o seu sentido. Conseqüentemente uma força pode ser adequadamente representada por um segmento de reta orientado, se tal segmento for traçado de uma forma tal que o seu comprimento indique, numa escala previamente convencionada, o módulo da força e a direção e o sentido do segmento indiquem a direção e o sentido da força.

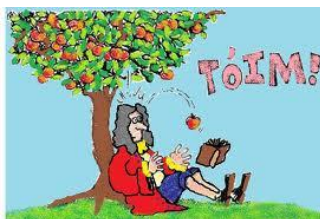
As forças se classificam em dois grupos: forças de campo e de contato.

## a) Forças de campo

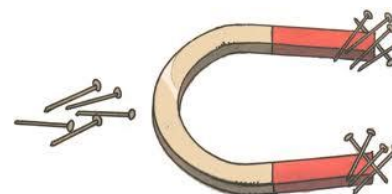
Atuam a distancia, sem necessidade de contato entre os corpos. Como exemplo temos as forças gravitacional, elétrica e magnética



*Força elétrica*



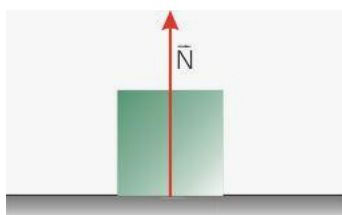
*Força gravitacional*



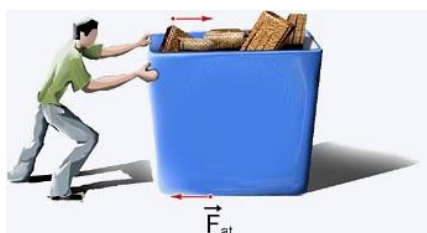
*Força magnética*

## b) Forças de contato

Como o próprio nome indica, são forças que para serem aplicadas, necessitam de um contato íntimo entre os corpos. São exemplos as forças de atrito, a normal, a tração, etc.



*Força Normal*

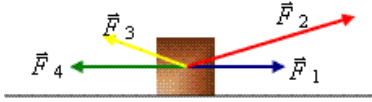


*Força de atrito*

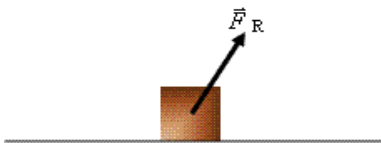
## Força Resultante ( $F_R$ )

É a força que sozinha produz o mesmo efeito que todas as outras aplicadas a um corpo, sendo determinada pela soma vetorial de todas essas outras forças.

Siga o exemplo onde um corpo está sob a ação de várias forças.



Como a força resultante é igual à soma vetorial de todas as forças aplicadas temos graficamente:



## Leis de Newton

As formas pelas quais os objetos interagem uns com os outros são muito variadas.

A interação das hélices de um helicóptero com o ar, é diferente da interação entre a perna de um jogador de futebol e a bola ou da interação entre um ímã e um prego ou entre um nadador e a água.

O físico inglês Isaac Newton conseguiu elaborar três leis que permitem descrever essas forças e os tipos de interações entre os objetos. Cada interação representa uma força diferente, que depende das diferentes condições em que os objetos interagem. Mas todas obedecem aos mesmos princípios elaborados por Newton, e que ficaram conhecidos como Leis de Newton. Podemos então afirmar que as leis de Newton constituem os pilares fundamentais do que chamamos Mecânica Clássica, que por isso também é conhecida como Mecânica Newtoniana.

### A primeira lei de Newton - lei da inércia

A primeira lei de Newton trata dos corpos em equilíbrio e pode ser enunciada da seguinte forma:

**“Todo corpo tende a estar em repouso ou em movimento retilíneo uniforme, a não ser que sobre ele passe a atuar uma força resultante diferente de zero.”**

Essa afirmação foi difícil de ser aceita, pois vai de encontro ao nosso senso comum, ou seja, a nossa experiência cotidiana que nos leva a pensar que, para manter um objeto em movimento, é preciso continuamente aplicar-lhe uma força.

Vejam os exemplos:

Sabemos que para um carro se mover é necessário um motor a impeli-lo; uma bicicleta é mantida em movimento pelas pedaladas do ciclista.

Se desligarmos o motor ou se o ciclista parar de pedalar, o carro e a bicicleta param.

Estes dois exemplos do cotidiano nos levam a crer que existe uma relação entre força e velocidade.

Para que possamos entender onde se esconde o erro, vamos analisar melhor o que acontece quando uma força deixa de agir:

Imagine que o carro em questão, se mova a 80 km/h e que de repente o seu motor seja desligado. Perceberemos que o carro não pára imediatamente, mas continua a se mover perdendo velocidade até parar e concluímos que a parada se dá devido à existência da força de atrito. Porém, já que o motor está desligado não havendo força alguma impelindo-o para a frente, porque ele continua a se mover?

Para que possamos responder a esta pergunta, vamos analisar um caso onde na situação apresentada, não exista nenhum tipo de atrito, o que aconteceria?

Com certeza, notaríamos que o carro não iria parar, e mais do que isto, que sua velocidade seria constante.

Pronto, provamos a lei da inércia!

Dito isto, concluímos que a lei da inércia se aplica a todo corpo em equilíbrio (sem estar sob a ação de forças), e que este equilíbrio pode ser estático (repouso) ou dinâmico (MRU).

### Conclusões importantes!

**1-A velocidade de um corpo não depende da aplicação de força, se aplicarmos uma força sobre um corpo, iremos causar a variação de sua velocidade.**

**2- A massa de um corpo é uma medida da sua inércia, isto é: quanto maior a massa de um corpo, maior a tendência a permanecer parado ou em MRU.**

### A segunda lei de Newton - Princípio fundamental

Podemos perceber que quando aplicamos uma mesma força a dois corpos de massas diferentes elas não produzem nestes corpos a mesma aceleração. O corpo de maior massa passa a ter uma menor aceleração

Com base nisso, podemos enunciar a segunda lei de Newton, que diz que:

"A resultante das forças que atuam sobre um corpo é igual ao produto entre a sua massa e a aceleração com a qual ele irá se movimentar".

Essa lei pode ser equacionada por:

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$

Onde:

$F_R$  é a resultante de todas as forças que agem sobre o corpo.

$m$  é a massa do corpo sobre o qual as forças atuam.

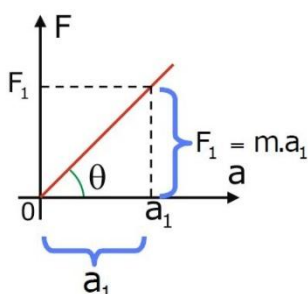
$a$  é a aceleração adquirida.

Quando trabalhamos vetores, vimos que o produto entre um vetor e um escalar, gera outra grandeza vetorial de mesma direção do primeiro, podendo ter o mesmo sentido (escalar positivo) ou sentido oposto (escalar negativo).

Como a massa é uma grandeza escalar positiva, concluímos que força e aceleração possuem sempre a mesma direção e o mesmo sentido.

**A unidade de força, no sistema internacional (S.I), é o Newton (N), que equivale a  $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$  (quilograma metro por segundo ao quadrado), ou seja, um Newton é a força que atuando sobre um corpo de massa igual a 1 Kg, imprime ao mesmo uma aceleração de  $1 \text{ m}/\text{s}^2$ .**

Na figura abaixo podemos ver o gráfico de força que atua em um corpo pela aceleração adquirida. O gráfico é uma reta e o ângulo  $\theta$  é numericamente igual a massa do objeto. Pois a tangente de  $\theta$  é o cateto oposto dividido pelo cateto adjacente.



$$\text{tg}\theta = \frac{F_1}{a_1} = \frac{m \cdot a_1}{a_1} \Rightarrow \text{tg}\theta = m$$

## Unidades de força

Sistema (MKS)	Sistema CGS	Sistema MKS*
Newton (N)	Dina (dyn)	Kilogramaforça (Kgf)

Onde:

MKS  $\Rightarrow$  metro, quilograma e segundo

CGS  $\Rightarrow$  centímetro, grama e segundo

MKS\*  $\Rightarrow$  metro, quilograma força e segundo

### Nota:

$$1\text{N} = 10^5 \text{ dyn}$$

$$1\text{Kgf} \cong 9,8 \text{ N}$$

## A terceira lei de Newton – Lei da ação e reação

Como já foi dito anteriormente, as forças resultam da interação de um corpo com outro corpo, seja através de um contato, ou mesmo de uma interação a distancia. É de se esperar, portanto, já que as forças atuam entre os corpos, que se um primeiro corpo exerce uma força sobre um outro (chamada de ação), este também experimenta uma força (chamada de reação), que resulta da interação com esse segundo corpo.

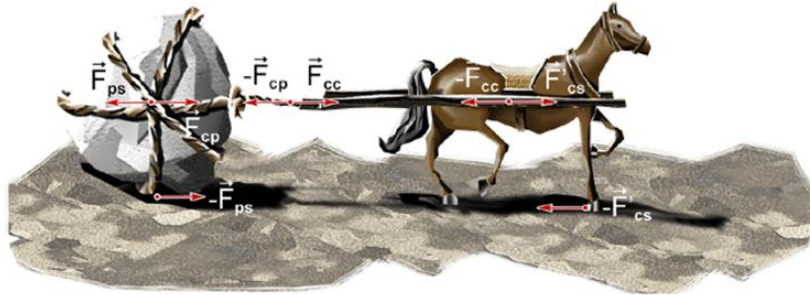
Newton além de perceber que essa relação sempre acontece, foi mais longe e especificou as principais características das forças que resultam da interação entre dois corpos, o que o levou a enunciar a terceira lei.

**"Para toda ação, existe uma reação de mesma intensidade e direção, mas de sentido oposto."**

Com base nesta lei, podemos tirar algumas importantes conclusões:

- a) Não existe força sozinha, elas aparecem aos pares .
- b) Ação e reação são simultâneas (ocorrem no mesmo instante)
- c) Ação e reação não se anulam pois atuam em corpos distintos.

Newton ilustrou a lei da ação e reação através do exemplo de um cavalo puxando uma pedra amarrada a uma corda, que está presa no arreio do cavalo, como mostra a figura abaixo. Foram consideradas apenas as forças horizontais.



Onde:

$F_{cc}$  força de tração exercida pelo cavalo sobre a corda, força de ação, aplicada à corda.

$-F_{cc}$  força com que a corda puxa o cavalo para trás, força de reação, aplicada ao cavalo.

$F_{cp}$  força da corda sobre a pedra, força de ação, aplicada à pedra

$-F_{cp}$  força da pedra sobre a corda, força de reação, aplicada sobre a corda.

$F_{cs}$  força de atrito que o cavalo exerce sobre o solo, força de ação, força aplicada ao solo (o cavalo empurra o solo para trás).

$-F_{cs}$  força de atrito aplicada pelo solo sobre o cavalo, força de reação, aplicada sobre o cavalo, fazendo-o impulsionar para frente.

$F_{ps}$  força de atrito exercida pela pedra sobre o solo, aplicada ao solo.

$-F_{ps}$  força de atrito exercida pelo solo sobre a pedra, reação, aplicada à pedra. Como a pedra está sendo puxada para frente, a força de atrito sobre a pedra é dirigida para trás, em oposição ao movimento que a pedra teria na ausência de atrito.

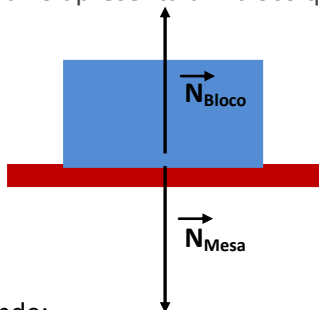
Outros exemplos: Para se deslocar, o nadador empurra a água para trás e esta por sua vez, o empurra para frente. Do mesmo modo podemos explicar o coice da arma no soldado. A arma aplica uma força de ação no projétil e este reage com uma força de mesmo módulo e mesma direção, mas sentido contrário aplicada na arma. A arma aplica no soldado uma força  $F$  de ação, o ombro do soldado reage com uma força  $-F$  na arma

### Algumas forças particulares

Iremos ver a seguir como a terceira lei de Newton se aplica a algumas forças importantes no estudo da Dinâmica.

#### 1- Força normal (N)

É a força de contato entre um corpo e uma superfície ou entre dois corpos apoiados um no outro. Caracteriza-se por ter direção sempre perpendicular as superfícies em contato. A figura abaixo apresenta um bloco que está apoiado sobre uma mesa.



Onde:

$N_{Bloco}$  = Força aplicada pela mesa sobre o bloco

$N_{Mesa}$  = Força aplicada pelo bloco sobre a mesa

Vetorialmente observamos que:

$$\vec{N}_{Bloco} = -\vec{N}_{Mesa}$$

## 2-Força Peso ( $\vec{P}$ )

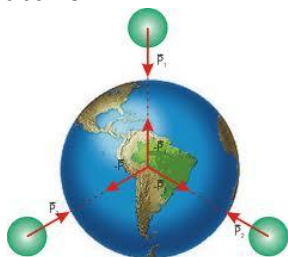
No nosso dia a dia, é comum alguém dizer que está “pesando 70 kg” para designar a massa de seu corpo. Para a física, esta frase está errada, pois Peso e massa são grandezas diferentes como veremos adiante.

Primeiro, vamos definir o que é a força Peso.

O Peso é uma força de campo (lembra do conceito de força de campo?), que atua entre duas massas, ou seja, é à força de atração gravitacional entre dois corpos.

Todo corpo com massa  $m$  gera ao seu redor uma região de perturbação do espaço chamada campo gravitacional. O que percebemos, é que quanto maior a massa do corpo, mais intenso este campo. Se dois corpos com massas muito diferentes interagirem gravitacionalmente, devido a diferença entre as massa (e conseqüentemente entre seus campos) o campo do corpo de menor massa será desprezível. É o que acontece com nosso corpo em relação à Terra. Como a massa da Terra é muito maior que a do nosso corpo, nosso campo gravitacional é desprezível e dizemos então que estamos sujeitos a gravidade da Terra.

Mas, se toda ação gera uma reação, onde atua a reação ao nosso Peso? Observe a figura abaixo:



Perceba que a interação ocorre entre os centros de massa dos corpos e o centro de massa da Terra. Sendo assim, é fácil perceber que a reação ao nosso Peso se dá no centro da Terra (considerada uma esfera perfeita e homogênea).

Com isso, podemos também perceber que a direção dessa força é sempre apontada para o centro da terra. Mas, como determinar a sua intensidade?

Considerando a equação fundamental da dinâmica  $F_R = m \cdot a$  poderemos determinar a equação matemática que permite calcular o peso de um corpo.

Vimos em movimentos de corpos no vácuo, que quando um corpo é abandonado de uma altura da superfície da Terra, a aceleração adquirida por ele é a aceleração da gravidade, então teríamos:

$$P = F_R$$

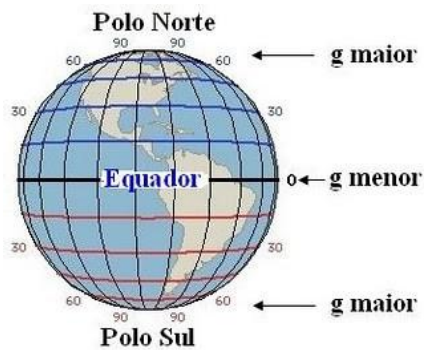
$$P = m \cdot a, \text{ e como } a = g$$

Ficamos com a equação

$$P = m \cdot g$$

Vale salientar que a aceleração da gravidade ( $g$ ) é orientada de modo igual ao Peso e é também radial (para o centro do planeta). Como veremos em gravitação universal, a gravidade é variável e como a massa de um corpo é constante, o seu Peso varia de acordo com a gravidade.

Na figura abaixo, percebemos que a gravidade nos Pólos é maior que no equador (mais próximo do centro da Terra), desta forma podemos concluir que o peso de um corpo varia com a latitude (maior latitude maior Peso) e, como a gravidade também varia com a altitude, quanto maior a altitude, menor o Peso do corpo.



Mas, voltando a questão inicial deste tópico, qual a diferença entre massa e Peso? Geralmente, massa é definida como a quantidade de matéria contida em um objeto ou corpo, o número total de partículas subatômicas (elétrons, prótons e nêutrons) de um objeto. Já o Peso como vimos, é uma força que resulta da interação gravitacional entre sua massa e um campo gravitacional.

Além dessa diferença, podemos enumerar outras:

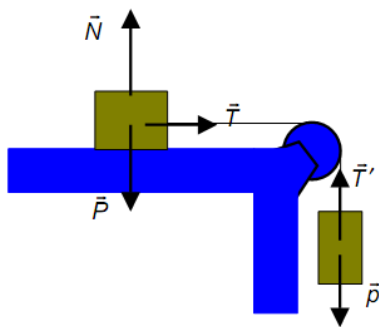
- 1- A massa é uma grandeza escalar, o Peso é vetorial.
- 2- Massa e Peso possuem unidades de medidas diferentes. Por exemplo, no S.I. a massa é medida em quilogramas (Kg) e o Peso em Newton (N).
- 3- A massa de um corpo é medida pela balança, o Peso por um dinamômetro.
- 4- A massa de um corpo é constante, o Peso varia com a gravidade.

### 3-Força de Tração (ou tensão)

É a força de contato transmitida através de um material filiforme (em forma de fio).

Observe na figura abaixo, as forças que atuam sobre os corpos do sistema.

Além das forças Peso e Normal, veja que através do fio, os corpos trocam uma força entre si, essa força é a tração. É fácil perceber, que a força de tração atua nas duas extremidades do fio, e em sentidos opostos. É importante observar que em um mesmo fio, só existe uma tração e que a direção e o sentido desta são os mesmos do fio.

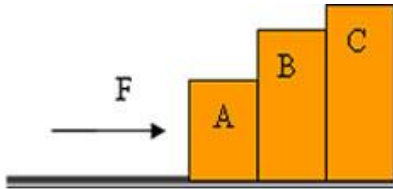


**Obs. As leis de Newton só são válidas para referenciais inerciais**

## Aplicações das leis de Newton em sistemas acelerados.

Vamos demonstrar a partir de exercícios, como determinar a aceleração e algumas forças em sistemas acelerados sem atrito

1-A figura abaixo mostra três blocos de massas  $m_A = 1,0 \text{ kg}$ ,  $m_B = 2,0 \text{ kg}$  e  $m_C = 3,0 \text{ kg}$ . Os blocos se movem em conjunto, sob a ação de uma força  $F$  constante e horizontal, de módulo  $4,2 \text{ N}$ .

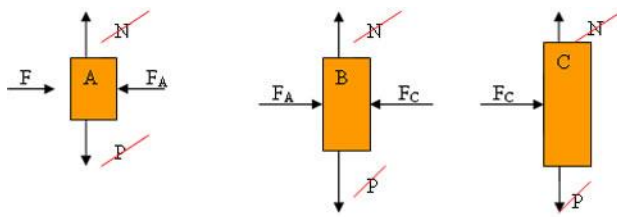


Desprezando o atrito, quais os módulos da aceleração e das forças trocadas entre os corpos?

### Solução.

A primeira coisa a fazer, é determinar as forças que atuam em cada corpo,

Na figura abaixo representamos as forças que agem em A, B e C



Onde:

$F$  é a força aplicada.

$F_A$  é a força de contato entre A e B

$F_C$  é a força de contato entre B e C

$N$  é a força normal

$P$  é a força peso nos três casos

Para que possamos prosseguir, devemos definir o que são forças internas e externas em um sistema isolado.

Forças externas, são as forças que agentes externos que não fazem parte do sistema (no caso formado por A, B e C) exercem nos corpos do sistema. No nosso exemplo, são  $F$ , as forças normais e os pesos dos corpos.

Forças internas são as forças trocadas entre os corpos do sistema:  $F_A$  e  $F_C$

Como os corpos não se movimentam na direção vertical, esta direção está em equilíbrio ( $F_R=0$ ), e, portanto as normais e os pesos se anulam, não interferindo na aceleração do sistema.

Desta forma, com as forças restantes iremos definir a equação de forças (força resultante) em cada corpo com base na segunda lei de Newton.

$$\text{A força resultante em A: } F - F_A = m_A \cdot a$$

$$\text{A força resultante em B: } F_A - F_C = m_B \cdot a$$

$$\text{A força resultante em C: } F_C = m_C \cdot a$$

Somando as equações A, B e C, encontramos a equação da força resultante do sistema.

$$F = (m_A + m_B + m_C) \cdot a$$



Podemos então observar que somente a força  $F$  é a responsável por acelerar o sistema do que concluímos que:

**1-As forças internas não aceleram o sistema**

**2-A resultante das forças externas na direção do movimento são responsáveis pela aceleração do sistema.**

Como  $F = 4,2 \text{ N}$ , temos:

$$4,2 = (1,0 + 2,0 + 3,0) \cdot a$$

$$a = 4,2/6$$

$$a = 0,7 \text{ m/s}^2$$

Substituindo a aceleração convenientemente nas equações dos corpo podemos determinar as intensidades das forças trocadas entre eles, observe:

a) Em C

$$F_C = m_C \cdot a$$

$$F_C = 3,0 \cdot 0,7$$

$$F_C = 2,1 \text{ N}$$

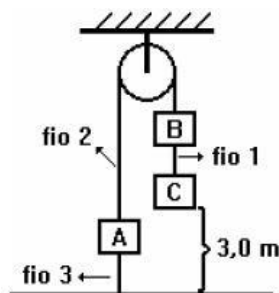
b) Em B

$$F_A - F_C = m_B \cdot a$$

$$F_A - 2,1 = 2 \cdot 0,7$$

$$F_A = 3,5 \text{ N}$$

2-Na figura a seguir, fios e polias são ideais, e o sistema está em repouso. Cortado o fio 3, após  $t$  segundos o corpo C atinge o solo. Os corpos A, B e C têm massas, respectivamente,  $5,0 \text{ kg}$ ,  $8,0 \text{ kg}$  e  $12,0 \text{ kg}$ . Adotando  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e desprezando a resistência do ar, podemos afirmar que o valor de  $t$  e a tração no fio 2 valem, respectivamente:



Antes de calcular a tração é necessário calcular a força Peso que o bloco A e o conjunto formado pelos blocos B e C exercem.

$$P_A = m_A \cdot g$$

$$P_A = 5 \cdot 10$$

$$P_A = 50 \text{ N}$$

$$P_{BC} = m_{BC} \cdot g$$

$$P_{BC} = (8+12) \cdot 10$$

$$P_{BC} = 200 \text{ N}$$

Com isso conclui-se que o conjunto dos blocos B e C são mais pesados e quando cortarmos o fio 3 o bloco A subirá. Obviamente, o conjunto dos blocos B e C descera com uma aceleração e o bloco A subirá com a mesma aceleração.

Vamos determinar a equação de cada corpo e achar a equação resultante.

$$P_C - T_1 = m_C \cdot a$$

$$T_2 - P_A = m_A \cdot a$$

$$P_B + T_1 - T_2 = m_B \cdot a$$

---


$$P_B + P_C - P_A = m_{\text{total}} \cdot a$$

$$80 + 120 - 50 = 25 \cdot a$$

$$150 = 25 \cdot a$$

$$a = 6 \text{ m/s}^2$$

Agora aplicando a aceleração encontrada nas equações, temos:

$$P_C - T_1 = m_C \cdot a$$

$$120 - T_1 = 12 \cdot 6$$

$$T_1 = 48 \text{ N}$$

$$T_2 - P_A = m_A \cdot a$$

$$T_2 - 50 = 5 \cdot 6$$

$$T_2 = 80 \text{ N}$$

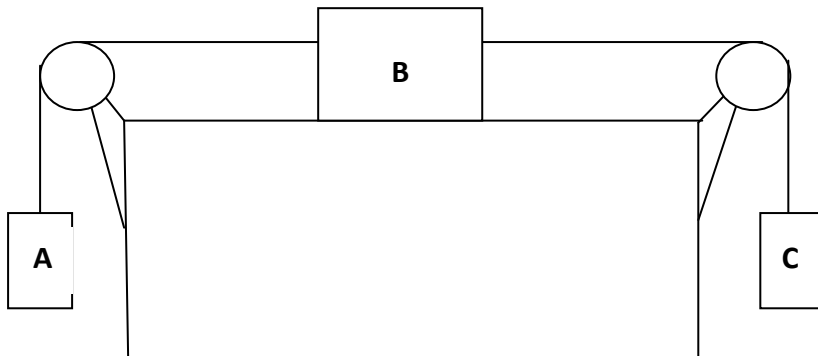
Pela equação das posições, descobriremos em quanto tempo o bloco C encosta no chão.

$$S = V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$3 = 0 \cdot t + 6 \cdot \frac{t^2}{2}$$

$$t = 1 \text{ segundo}$$

3- O esquema a seguir representa três corpos de massa  $m_A = 2 \text{ Kg}$ ,  $m_B = 2 \text{ Kg}$  e  $m_C = 6 \text{ Kg}$  inicialmente em repouso na posição indicada. Em determinado instante, abandona-se o sistema. Os fios são inextensíveis e de massa desprezível. Calcule a força de tração que atua em cada fio



Primeiro, vamos determinar os pesos dos corpos A e C

$$P_A = m_A \cdot g$$

$$P_A = 2 \cdot 10$$

$$P_A = 20 \text{ N}$$

$$P_C = m_C \cdot g$$

$$P_C = 6 \cdot 10$$

$$P_C = 60 \text{ N}$$

Com isso conclui-se que o bloco C está descendo e puxando os blocos B e C, resta saber com que aceleração.

Vamos de novo determinar a equação de cada corpo e achar a equação do sistema

$$P_C - T_{BC} = m_C \cdot a$$

$$T_{AB} - P_A = m_A \cdot a$$

$$T_{BC} - T_{AB} = m_B \cdot a$$

---


$$P_C - P_A = (m_A + m_B + m_C) \cdot a$$

Substituindo os valores:

$$60 - 20 = 10 \cdot a$$

$$a = 4 \text{ m/s}^2$$

Aplicando a aceleração as equações dos corpos temos:

$$P_C - T_{BC} = m_C \cdot a$$

$$60 - T_{BC} = 6 \cdot 4$$

$$T_{BC} = 36 \text{ N}$$

$$T_{AB} - P_A = m_A \cdot a$$

$$T_{AB} - 20 = 2 \cdot 4$$

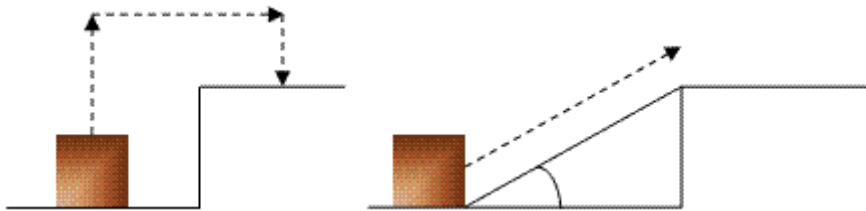
$$T_{AB} = 28 \text{ N}$$

## Plano Inclinado

O plano inclinado é um exemplo de máquina simples. Como o nome sugere, trata-se de uma superfície plana que faz com a direção horizontal um ângulo de inclinação.

Observe o exemplo a seguir.

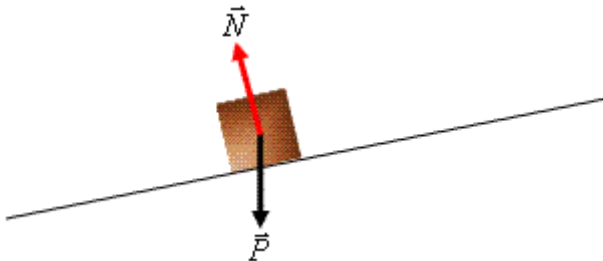
Um corpo de massa  $m$  pode ser erguido de acordo com as duas trajetórias abaixo,



Podemos observar que ao mover um objeto sobre um plano inclinado em vez de movê-lo sobre um plano completamente vertical, a força  $F$  a ser aplicada é reduzida, a despeito de um aumento na distância pela qual o objeto tem de ser deslocado.

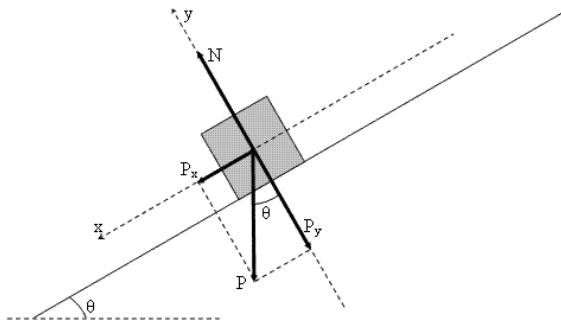
Ocorre, que no plano inclinado, para elevar o corpo, devemos aplicar uma força maior ou igual a componente horizontal do Peso, que tem intensidade menor conforme o ângulo formado for menor, ao passo que na elevação vertical, essa força deve ser maior ou igual ao Peso do corpo. Por isso, no nosso cotidiano, usamos muito o plano inclinado para facilitar certas tarefas.

Ao analisarmos as forças que atuam sobre um corpo em um plano inclinado sem atrito, temos:



A força Peso e a força Normal, neste caso, não tem o mesma direção pois, como já vimos, a força Peso, é causada pela aceleração da gravidade, que tem origem no centro da Terra, logo a força Peso têm sempre direção vertical. Já a força Normal é a força de contato entre o corpo e a superfície de apoio, sendo perpendicular as duas..

Vamos agora, determinar a relação dessas forças no plano inclinado.



Perceba que a força Peso por estar inclinada em relação ao plano inclinado, pode ser decomposta (lembra de vetores?) em duas componentes, uma vertical ao plano ( $P_y$ ) chamada de componente Normal, cuja função é forçar o contato entre o corpo e o plano, favorecendo o surgimento da Normal, e uma componente paralela ao plano ( $P_x$ ) chamada componente tangencial, que sempre atua no sentido de puxar o corpo para o plano abaixo.

Neste exemplo, como não existe movimento vertical e nessa direção só atuam a Normal à superfície e  $P_y$ , temos:

$$N = P_y, \text{ mas como } P_y = P \cdot \cos\theta$$

então:

$$N = m \cdot g \cdot \cos\theta$$

Na direção do plano, no nosso exemplo, só atua a componente  $F_x$  sendo portanto a força resultante nesta direção. Sendo assim ficamos com:

$$P_x = m \cdot a, \text{ mas como } P_x = P \cdot \sin\theta, \text{ ficamos com}$$

~~$$m \cdot g \cdot \sin\theta = m \cdot a$$~~

onde;

$$a = g \cdot \sin\theta$$

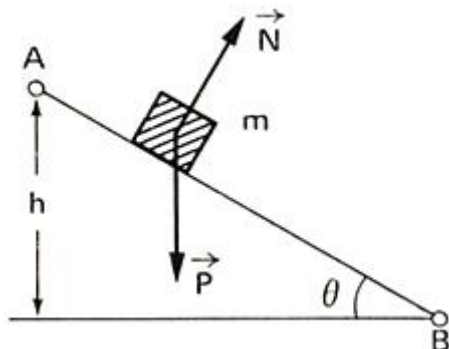
### Exercícios resolvidos

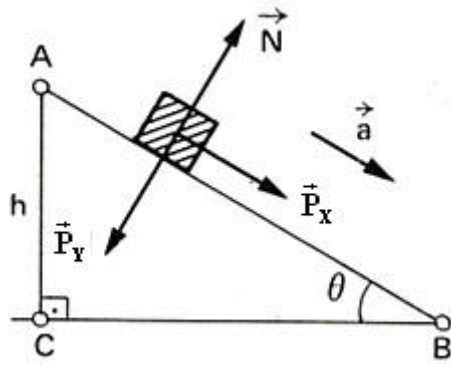
1- Um corpo de massa  $m = 10\text{kg}$  está apoiado num plano inclinado de  $30^\circ$  em relação à horizontal, sem atrito, e é abandonado no ponto A, distante 20m do solo. Supondo a

aceleração da gravidade no local de módulo  $g = 10\text{m/s}^2$ , determinar:

- a aceleração com que o bloco desce o plano;
- a intensidade da reação normal sobre o bloco;
- o tempo gasto pelo bloco para atingir o ponto B;
- a velocidade com que o bloco atinge o ponto B.

Solução:





$$m = 10\text{kg}$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$h = 20\text{m}$$

$$v_A = 0$$

**a)**

$$a = g \cdot \sin \theta$$

$$a = 10 \cdot \sin 30^\circ$$

$$a = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5\text{m/s}^2$$

**b)**

$$F_N = mg \cdot \cos \theta$$

$$F_N = 10 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ$$

$$F_N = 10 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$F_N = 10 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 50 \cdot \sqrt{3}\text{N}$$

$$F_N \cong 50 \cdot 1,7 = 85\text{N}$$

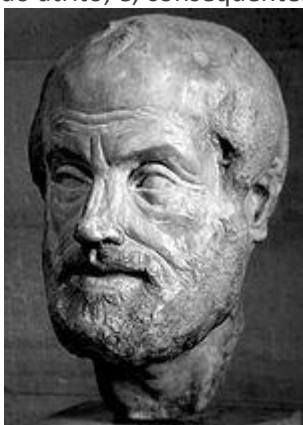
**Fonte da questão : fisica.net**

## LEITURA COMPLEMENTAR

### 1-Histórico da compreensão do conceito de força

#### A era pré-newtoniana

Os filósofos na Antiguidade Clássica usavam os conceitos de força no estudo de objetos estáticos e dinâmicos e em máquinas simples, porém os pensadores como Aristóteles e Arquimedes incorreram em erros de entendimento. Em parte, isto deveu-se a uma compreensão incompleta de força, por vezes não óbvia, mais precisamente em relação ao atrito, e, conseqüentemente, uma visão inadequada da natureza do movimento natural.



Aristóteles, filósofo grego, entendia que a força da gravidade era a tendência dos objetos a buscar seu lugar natural.

Desde a antiguidade o conceito da força vinha sendo utilizado na construção das máquinas da época. A vantagem atingida com o uso de uma máquina simples, como é o caso da alavanca, era descrita como o uso de menos força para se chegar a certa quantidade de trabalho. A análise da força avançou com o trabalho de Arquimedes, que foi especialmente notório pela formulação de um modelo de força de empuxos inerente ao volume.

Aristóteles entendia o conceito filosófico de força como uma parte integrante da cosmologia aristotélica. Na visão de Aristóteles, que ainda hoje é muito conhecida, a natureza tinha quatro elementos, água, terra, fogo e ar. Ele ligava a matéria ao elemento terra e a gravidade como a tendência dos objetos a buscar seu lugar natural. Assim, o movimento natural se distinguia do movimento forçado, o que dava origem ao conceito de força.

Esta teoria, baseada nas experiências objetos em movimento, como carroças, não explicava o comportamento de projéteis, como o vôo de flechas. O paradoxo era que a força era aplicada no projétil apenas no início do vôo e, entretanto o projétil navegava pelo ar posteriormente ao impulso inicial. Aristóteles estava ciente do problema e propôs que o ar deslocado pelo percurso do projétil sorvia-o com a força necessária para continuar o seu movimento.

Problemas adicionais no modelo aristotélico eram causados pela ausência do devido tratamento à resistência do ar do movimento dos projéteis<sup>1</sup>.

A física aristotélica enfrentou críticas na ciência medieval, inicialmente por João Filopono, no século XI. Galileu Galilei, posteriormente, já no século XVII, construiu um experimento no qual as pedras e balas de canhão inclinavam, refutando a teoria aristotélica do movimento. Ele mostrou que os corpos são acelerados pela gravidade de uma forma independente da sua massa e argumentou que os objetos retêm sua velocidade, sendo também influenciados pelas forças de atrito.

## A revolução newtoniana

Um dos equívocos destes pioneiros foi a crença de que uma força é necessária para manter o movimento, mesmo a uma velocidade constante. Considera-se que a maioria das contradições conceituais foi corrigida por Isaac Newton. Com a sua intuição matemática, ele formulou as leis de Newton que não foram aperfeiçoadas por 300 anos sendo, ainda hoje, um dos modelos conceituais válidos no estudo da física.

## A física contemporânea

No início do século XX, Einstein desenvolveu a teoria da relatividade, que trata de um modelo mais preciso, diferenciando-se do anterior, sobretudo no caso em que objetos se movimentam a velocidade próxima da velocidade da luz. Este novo modelo também previu novas visões sobre as forças produzidas pela gravitação e sobre a inércia.

Posteriormente, a mecânica quântica e a física de partículas representaram modelos ainda mais precisos, desta vez estudando as partículas menores que os átomos. Tais modelos foram possíveis graças à tecnologia do acelerador de partículas, que permitiu experimentos variados. No que tange à força, este ramo da física conhece quatro tipos: a força forte, a força eletromagnética, a força nuclear fraca e a força gravitacional. As experiências da física de partículas feitas durante os anos 1970 e 1980 confirmou que as forças fracas e eletromagnéticas são expressões de uma forma mais fundamental de força chamada força eletrofraca.

Fonte : Wikipédia, a enciclopédia livre.

## 2-Máquina de Atwood

A máquina de Atwood é um dispositivo bastante simples e que permite, pela determinação da aceleração dos corpos em movimento, testar as leis da mecânica. Ela consiste de dois corpos de massas  $m_1$  e  $m_2$  presos por um fio que passa por uma roldana. Nos problemas mais simples simplificamos o problema admitindo que ela não tenha massa. Isso é claramente uma aproximação. A roldana tem um momento de inércia dado por

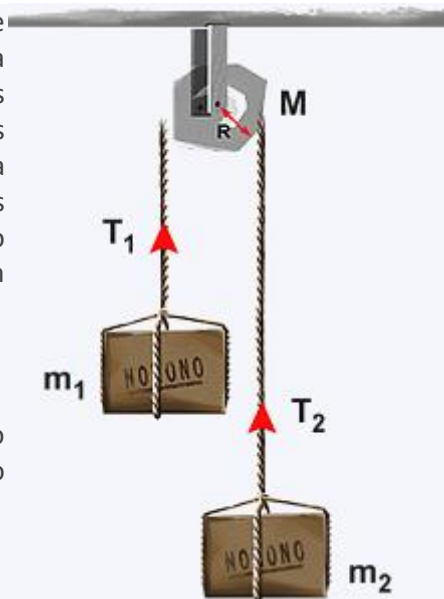
$$I = \frac{MR^2}{2} \neq 0$$

e devemos então levar em conta o seu movimento de rotação. Assim, além das equações usuais do movimento das partículas de massa  $m_1$  e  $m_2$

$$m_1g - T_1 = -m_1a$$

$$m_2g - T_2 = m_2a$$

onde  $T_1$  e  $T_2$  são as forças tensoras nos fios, temos agora a equação de movimento da roldana



$$I\dot{\omega} = I\alpha = (T_2 - T_1)R$$

Note-se que  $T_2 = T_1$  só é possível se desprezarmos a massa da roldana.

Lembrando que

$$\alpha = \frac{a}{R},$$

temos de  $I\dot{\omega} = I\alpha = (T_2 - T_1)R$  e  $I = \frac{MR^2}{2} \neq 0$  que

$$T_2 - T_1 = \frac{I\alpha}{R} = \frac{Ia}{R^2} = \frac{Ma}{2}$$

A solução torna-se agora, utilizando as equações

$$m_1g - T_1 = -m_1a$$

$$m_2g - T_2 = m_2a$$

$$T_2 - T_1 = \frac{I\alpha}{R} = \frac{Ia}{R^2} = \frac{Ma}{2}$$

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}}$$

Se tomarmos inicialmente as duas partículas em repouso e a mesma altura ( $z = 0$ ) teremos para a energia total

$$E = 0$$

Quando elas se deslocam de uma altura  $h$  em relação à posição original, a energia será

$$E = m_1gh - m_2gh + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 + \frac{I\omega^2}{2} = 0$$

E portanto,

$$(m_2 - m_1)gh = \frac{1}{2}\left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2}\right)v^2$$

Donde obtemos que

$$v^2 = \frac{2(m_2 - m_1)gh}{\left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2}\right)} = 2ah$$

**Fonte: [efisica.if.usp](http://efisica.if.usp)**

### 3- Elevadores de Plano Inclinado



Os **elevadores de plano inclinado** são desenvolvidos como solução para locais com presença de desníveis inclinado, com o objetivo de facilitar a instalação sem abrir mão da qualidade e segurança.

O **elevadores de plano inclinado** têm por finalidade trazer comodidade aos seus ocupantes. Utilizado em lugares de difícil acesso garante uma locomoção segura e proporciona o conhecimento do local com vista de um novo ângulo até chegar ao destino final.

Novos lugares a cada dia estão aderindo ao uso de **elevador de plano inclinado**, como exemplo as comunidades existentes em morros, por ter um acesso muito íngreme a adesão desse meio de transporte é o mais indicado.

A escolha por **elevador de plano inclinado** facilita a vida dos moradores, além de lhes proporcionar rapidez na chegada ao seu destino, oferece segurança e comodidade de um transporte que respeita todas as normas exigidas por lei, além de receber a manutenção necessária para que suas condições de uso não se alterem.



## Exercícios

**01.** A respeito do conceito da inércia, assinale a frase correta:

- a) Um ponto material tende a manter sua aceleração por inércia.
- b) Uma partícula pode ter movimento circular e uniforme, por inércia.
- c) O único estado cinemático que pode ser mantido por inércia é o repouso.
- d) Não pode existir movimento perpétuo, sem a presença de uma força.
- e) A velocidade vetorial de uma partícula tende a se manter por inércia; a força é usada para alterar a velocidade e não para mantê-la.

**02.** (OSEC) O Princípio da Inércia afirma:

- a) Todo ponto material isolado ou está em repouso ou em movimento retilíneo em relação a qualquer referencial.
- b) Todo ponto material isolado ou está em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme em relação a qualquer referencial.
- c) Existem referenciais privilegiados em relação aos quais todo ponto material isolado tem velocidade vetorial nula.
- d) Existem referenciais privilegiados em relação aos quais todo ponto material isolado tem velocidade vetorial constante.
- e) Existem referenciais privilegiados em relação aos quais todo ponto material isolado tem velocidade escalar nula.

**03.** Um homem, no interior de um elevador, está jogando dardos em um alvo fixado na parede interna do elevador. Inicialmente, o elevador está em repouso, em relação à Terra, suposta um Sistema Inercial e o homem acerta os dardos bem no centro do alvo. Em seguida, o elevador está em movimento retilíneo e uniforme em relação à Terra. Se o homem quiser continuar acertando o centro do alvo, como deverá fazer a mira, em relação ao seu procedimento com o elevador parado?

- a) mais alto;
- b) mais baixo;
- c) mais alto se o elevador está subindo, mais baixo se descendo;
- d) mais baixo se o elevador estiver descendo e mais alto se descendo;
- e) exatamente do mesmo modo.

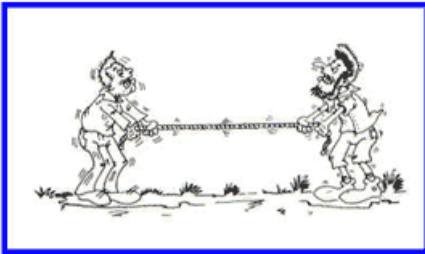
**04.** (UNESP) As estatísticas indicam que o uso do cinto de segurança deve ser obrigatório para prevenir lesões mais graves em motoristas e passageiros no caso de acidentes. Fisicamente, a função do cinto está relacionada com a:

- a) Primeira Lei de Newton;
- b) Lei de Snell;
- c) Lei de Ampère;
- d) Lei de Ohm;
- e) Primeira Lei de Kepler.

**05. (ITA)** As leis da Mecânica Newtoniana são formuladas em relação a um princípio fundamental, denominado:

- a) Princípio da Inércia;
- b) Princípio da Conservação da Energia Mecânica;
- c) Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento;
- d) Princípio da Conservação do Momento Angular;
- e) Princípio da Relatividade: "Todos os referenciais inerciais são equivalentes, para a formulação da Mecânica Newtoniana".

**06.** Consideremos uma corda elástica, cuja constante vale 10 N/cm. As deformações da corda são elásticas até uma força de tração de intensidade 300N e o máximo esforço que ela pode suportar, sem romper-se, é de 500N. Se amarramos um dos extremos da corda em uma árvore e puxarmos o outro extremo com uma força de intensidade 300N, a deformação será de 30cm. Se substituirmos a árvore por um segundo indivíduo que puxe a corda também com uma força de intensidade 300N, podemos afirmar que:



- a) a força de tração será nula;
- b) a força de tração terá intensidade 300N e a deformação será a mesma do caso da árvore;
- c) a força de tração terá intensidade 600N e a deformação será o dobro do caso da árvore;
- d) a corda se romperá, pois a intensidade de tração será maior que 500N;
- e) n.d.a.

**07. (FATEC)** Uma bola de massa 0,40kg é lançada contra uma parede. Ao atingi-la, a bola está se movendo horizontalmente para a direita com velocidade escalar de -15m/s, sendo rebatida horizontalmente para a esquerda com velocidade escalar de 10m/s. Se o tempo de colisão é de  $5,0 \cdot 10^{-3}$ s, a força média sobre a bola tem intensidade em newtons:

- a) 20
- b)  $1,0 \cdot 10^2$
- c)  $2,0 \cdot 10^2$
- d)  $1,0 \cdot 10^2$
- e)  $2,0 \cdot 10^3$

**08. (FUND. CARLOS CHAGAS)** Uma folha de papel está sobre a mesa do professor. Sobre ela está um apagador. Dando-se, com violência, um puxão horizontal na folha de papel, esta se movimenta e o apagador fica sobre a mesa. Uma explicação aceitável para a ocorrência é:

- a) nenhuma força atuou sobre o apagador;
- b) a resistência do ar impediu o movimento do apagador;
- c) a força de atrito entre o apagador e o papel só atua em movimentos lentos;
- d) a força de atrito entre o papel e a mesa é muito intensa;
- e) a força de atrito entre o apagador e o papel provoca, no apagador, uma aceleração muito inferior à da folha de papel.

09. Um ônibus percorre um trecho de estrada retilínea horizontal com aceleração constante. no interior do ônibus há uma pedra suspensa por um fio ideal preso ao teto. Um passageiro observa esse fio e verifica que ele não está mais na vertical. Com relação a este fato podemos afirmar que:

- a) O peso é a única força que age sobre a pedra.
- b) Se a massa da pedra fosse maior, a inclinação do fio seria menor.
- c) Pela inclinação do fio podemos determinar a velocidade do ônibus.
- d) Se a velocidade do ônibus fosse constante, o fio estaria na vertical.
- e) A força transmitida pelo fio ao teto é menor que o peso do corpo.

10. (UFPE) Um elevador partindo do repouso tem a seguinte seqüência de movimentos:

- 1) De 0 a  $t_1$  desce com movimento uniformemente acelerado.
- 2) De  $t_1$  a  $t_2$  desce com movimento uniforme.
- 3) De  $t_2$  a  $t_3$  desce com movimento uniformemente retardado até parar.

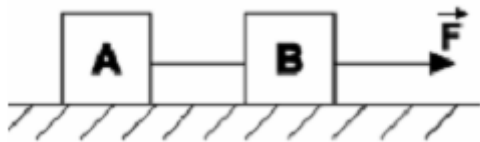
Um homem, dentro do elevador, está sobre uma balança calibrada em newtons.

O peso do homem tem intensidade  $P$  e a indicação da balança, nos três intervalos citados, assume os valores  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$  respectivamente:

Assinale a opção correta:

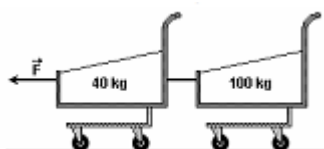
- a)  $F_1 = F_2 = F_3 = P$
- b)  $F_1 < P$ ;  $F_2 = P$ ;  $F_3 < P$
- c)  $F_1 < P$ ;  $F_2 = P$ ;  $F_3 > P$
- d)  $F_1 > P$ ;  $F_2 = P$ ;  $F_3 < P$
- e)  $F_1 > P$ ;  $F_2 = P$ ;  $F_3 > P$

11-Dois blocos A e B de massas 10 kg e 20 kg, unidos por um fio de massa desprezível, estão em repouso sobre um plano horizontal sem atrito. Uma força, também horizontal, de intensidade  $F = 60\text{N}$  é aplicada no bloco B, conforme mostra a figura. O módulo da força de tração no fio que une os dois blocos, em newtons, vale :



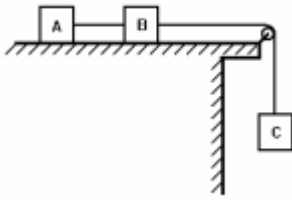
- a) 60.
- b) 50.
- c) 40.
- d) 30.
- e) 20

12- Dois carrinhos de supermercado podem ser acoplados um ao outro por meio de uma pequena corrente, de modo que uma única pessoa, ao invés de empurrar dois carrinhos separadamente, possa puxar o conjunto pelo interior do supermercado. Um cliente aplica uma força horizontal de intensidade  $F$ , sobre o carrinho da frente, dando ao conjunto uma aceleração de intensidade  $0,5\text{ m/s}^2$ . Calcule o valor da força de tração na corrente entre os dois carrinhos e o valor da força  $F$ .



13- Os três corpos, A, B e C, representados na figura a seguir têm massas iguais,  $m = 3,0\text{kg}$ . O plano horizontal, onde se apóiam A e B, não oferece atrito, a roldana tem massa desprezível e a aceleração local da gravidade pode ser considerada  $g=10\text{m/s}^2$ .

A tração no fio que une os blocos A e B tem módulo



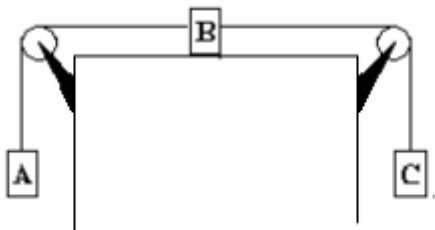
- a) 10 N
- b) 15 N
- c) 20 N
- d) 25 N
- e) 30 N

14- Os corpos A e B são puxados para cima, com aceleração de  $2,0\text{ m/s}^2$ , por meio da força  $F$ , conforme o esquema a seguir. Sendo  $m_A = 4,0\text{kg}$ ,  $m_B = 3,0\text{kg}$  e  $g = 10\text{m/s}^2$ , a força de tração na corda que une os corpos A e B tem módulo, em N, de



- a) 14
- b) 30
- c) 32
- d) 36
- e) 44

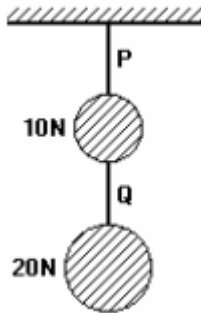
15- O esquema a seguir representa três corpos de massas  $m_A = 2\text{kg}$ ,  $m_B = 2\text{kg}$  e  $m_C = 6\text{kg}$  inicialmente em repouso na posição indicada. Num instante, abandona-se o sistema. Os fios são inextensíveis e de massa desprezível. Calcule a força de tração que atua em cada fio.



16- Dois blocos A e B estão sobre uma superfície horizontal e lisa.

A massa de A é de 4,0kg e a de B é de 2,0kg. Os blocos estão encostados lateralmente. Uma força de 18N é aplicada sobre o conjunto, diretamente sobre o bloco A. Esta força é horizontal. Qual a força que o bloco A faz no bloco B?

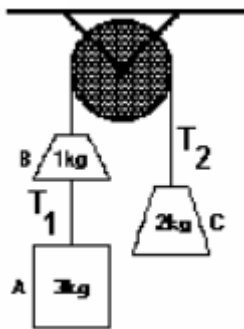
17- Dois corpos, de peso 10N e 20N, estão suspensos por dois fios, P e Q, de massas desprezíveis, da maneira mostrada na figura. A intensidades (módulos) das forças que tensionam os fios P e Q são respectivamente, de



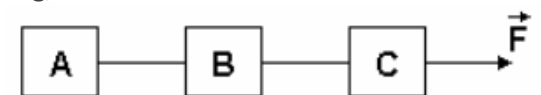
- a) 10 N e 20 N
- b) 10 N e 30 N
- c) 30 N e 10 N.
- d) 30 N e 20 N.
- e) 30 N e 30 N.

18- O esquema a seguir representa três corpos de massas indicadas na própria figura estão inicialmente em repouso na posição indicada. Num instante, abandona-se o sistema. Os fios são inextensíveis e de massa desprezível.

Calcule a força de tração que atua em cada fio.

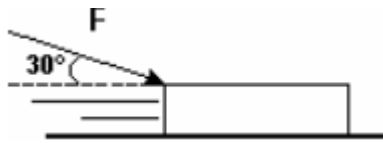


19- Três blocos, A, B e C, deslizam sobre uma superfície horizontal cujo atrito com estes corpos é desprezível, puxados por uma força  $F$  de intensidade 6,0N. A aceleração do sistema é de  $0,60\text{m/s}^2$ , e as massas de A e B são respectivamente 2,0kg e 5,0kg. A massa do corpo C vale, em kg,



- a) 1,0
- b) 3,0
- c) 5,0
- d) 6,0
- e) 10

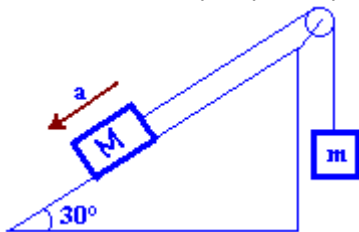
20- Um bloco de 1,2 kg é empurrado sobre uma superfície horizontal, através da aplicação de uma força  $F$ , de módulo 10 N conforme indicado na figura. Calcule o módulo da força normal exercida pela superfície sobre o bloco, em newtons.



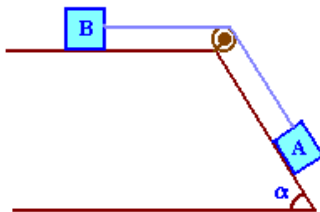
21. Um bloco é colocado, em repouso, em um plano inclinado de  $\alpha$  em relação ao plano horizontal. Sejam  $k_1$  e  $k_2$  respectivamente os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre o bloco e o plano de apoio. Sendo  $g$  o módulo da aceleração da gravidade, pede-se:

- Qual a condição para que o bloco desça o plano?
- Calcule o módulo da aceleração, supondo que o bloco desce o plano.

22. (UFPE) No plano inclinado da figura abaixo, o bloco de massa  $M$  desce com aceleração dirigida para baixo e de módulo igual a  $2,0\text{m/s}^2$ , puxando o bloco de massa  $m$ . Sabendo que não há atrito de qualquer espécie, qual é o valor da razão  $M/m$ ? Considere  $g = 10\text{m/s}^2$ .



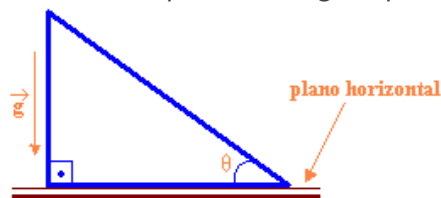
23. No esquema da figura os fios e a polia são ideais e não se consideram resistência e o empuxo do ar. O sistema é abandonado do repouso. Os blocos A e B têm massa de 2,0kg. O módulo de aceleração de gravidade vale  $10\text{m/s}^2$  e  $\alpha = 30^\circ$ .



Supondo a inexistência de atrito, determine:

- o módulo da aceleração do sistema;
- a intensidade da força que traciona a corda.

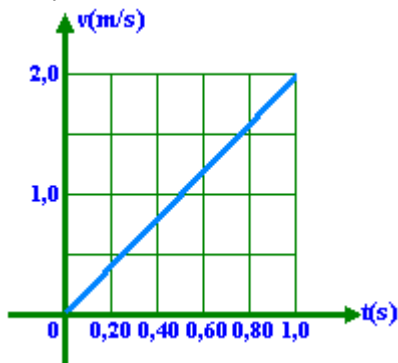
24. Considere um plano inclinado que forma ângulo  $q$  com o plano horizontal.



Sendo  $\sin q = 0,60$ ,  $\cos q = 0,80$  e  $g = 10\text{m/s}^2$ , calcule:

- a intensidade da aceleração de um corpo que escorrega livremente neste plano, sem atrito;
- o coeficiente de atrito dinâmico entre um corpo e o plano, para que o corpo lançado para baixo desça o plano com velocidade constante.

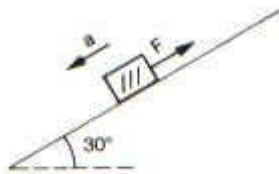
25. (CESGRANRIO) Um corpo de massa  $m = 0,20\text{kg}$  desce um plano inclinado de  $30^\circ$  em relação à horizontal. O gráfico apresentado mostra como varia a velocidade escalar do corpo com o tempo.



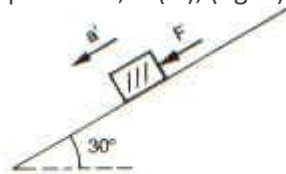
- determine o módulo da aceleração do corpo;
- calcule a intensidade da força de atrito do corpo com o plano. Dados:  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\text{sen } 30^\circ = 0,50$ ,  $\text{cos } 30^\circ = 0,87$ .

26. (VUNESP) Um bloco de massa  $5,0\text{kg}$  está apoiado sobre um plano inclinado de  $30^\circ$  em relação a um plano horizontal.

Se uma força constante, de intensidade  $F$ , paralela ao plano inclinado e dirigida para cima, é aplicada ao bloco, este adquire uma aceleração para baixo e sua velocidade escalar é dada por  $v = 2,0t$  (SI), (fig.1). Se uma força constante, de mesma intensidade  $F$ , paralela ao plano inclinado e dirigida para baixo for aplicada ao bloco, este adquire uma aceleração para baixo e sua velocidade escalar é dada por  $v' = 3,0t$  (SI), (fig. 2).



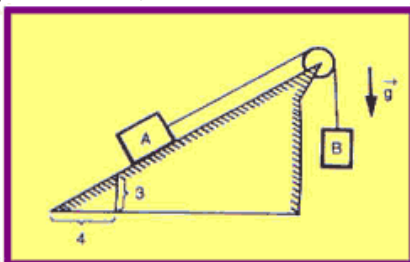
(fig. 1)



(fig. 2)

- Calcule  $F$ , adotando  $g = 10\text{m/s}^2$ .
- Calcule o coeficiente de atrito de deslizamento entre o corpo e o plano inclinado.

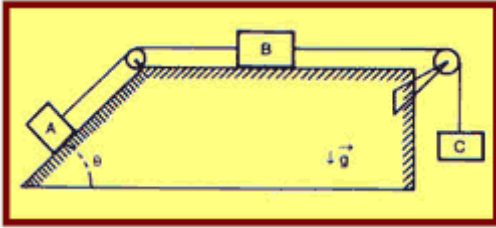
27. (VUNESP) No plano inclinado da figura abaixo, o coeficiente de atrito entre o bloco A e o plano vale  $0,20$ . A roldana é isenta de atrito e despreza-se o efeito do ar.



Os blocos A e B têm massas iguais a  $m$  cada um e a aceleração local da gravidade tem intensidade igual a  $g$ . A intensidade da força tensora na corda, suposta ideal, vale:

- $0,875\text{ mg}$
- $0,67\text{mg}$
- $0,96\text{ mg}$
- $0,76\text{ mg}$
- $0,88\text{ mg}$

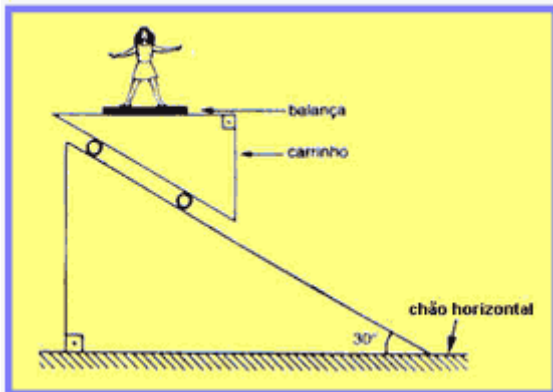
28. Considere a figura abaixo:



As massas de A, B e C são, respectivamente, iguais a 15kg, 20kg e 5,0kg. Desprezando os atritos, a aceleração do conjunto, quando abandonado a si próprio, tem intensidade igual a:  
 Dados:  $g = 10 \text{ m/s}^2$     $\text{sen } \theta = 0,80$     $\text{cos } \theta = 0,60$

- a)  $0,25 \text{ m/s}^2$
- b)  $1,75 \text{ m/s}^2$
- c)  $2,50 \text{ m/s}^2$
- d)  $4,25 \text{ m/s}^2$
- e)  $5,0 \text{ m/s}^2$

29. Uma garota de massa 50,0kg está sobre uma balança de mola, montada num carrinho que desloca livremente por um plano inclinado fixo em relação ao chão horizontal. Não se consideram atritos nem resistência do ar.

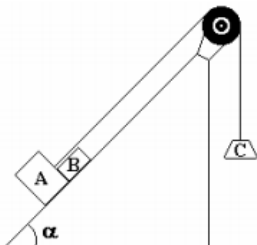


O módulo da aceleração da gravidade local é igual a  $10,0 \text{ m/s}^2$ .

- a) Durante a descida, qual o módulo da componente vertical da aceleração da garota?
- b) Durante a descida, qual a leitura na escala da balança que está calibrada em newtons?

30-Num local onde a aceleração gravitacional tem módulo  $10\text{m/s}^2$ , dispõe-se o conjunto a seguir, no qual o atrito é desprezível, a polia e o fio são ideais. Nestas condições, a intensidade da força que o bloco A exerce no bloco B é:

Dados:  $m(A) = 6,0 \text{ kg}$ ,  $m(B) = 4,0 \text{ kg}$ ,  $m(C) = 10 \text{ kg}$ ,  $\text{cos } \alpha = 0,8$   $\text{sen } \alpha = 0,6$



- a) 20 N
- b) 32 N
- c) 36 N
- d) 72 N



**Gabarito:**

01 - E	02 - D	03 - E	04 - A	05 - E
06 - B	07 - E	08 - E	09 - D	10 - C
11 - E	12- 70N, 50N;	13- A	14- D	15-28N, 36N
16-6N	17- D	18- T1 = 20N, T2 = 80/3 N	19- B	20-17N;
21-*	22- 4	23-a) 2,5 m/s <sup>2</sup> b)5N	24-a)6m/s <sup>2</sup> b) 0,75	25-*
26-*	27- E	28- B	29-*	30- B

\*21- a)  $\text{tg } a > k_1$

b)  $a = g (\text{sen } a - k_2 \text{ cos } a)$

\*25- a)  $2 \text{ m/s}^2$

b) 0,60N

\*26- a) 2,5N

b)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$

\*29- a)  $2,5 \text{ m/s}^2$

b) 375N