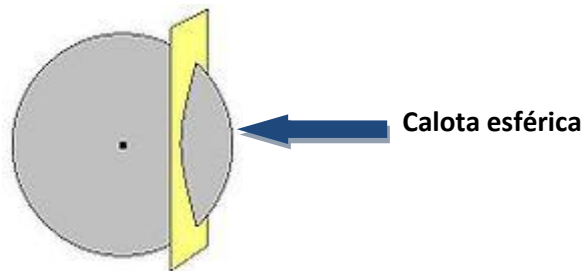
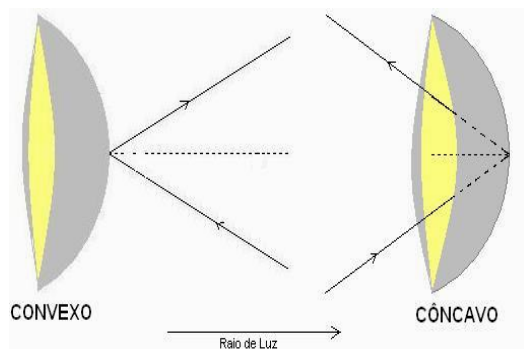


Espelhos esféricos

Espelhos esféricos são espelhos que resultam do corte de uma esfera formando o que se chama de calota esférica. Nesses espelhos, uma das superfícies da calota é espelhada, produzindo reflexão regular (especular). Assim, surgem dois tipos de espelhos, os [côncavos](#) cuja superfície refletora é a parte interna da calota e os [convexos](#), onde a superfície externa é a refletora. Esses espelhos obedecem às mesmas leis de reflexão da luz dos espelhos planos da [Óptica geométrica](#).

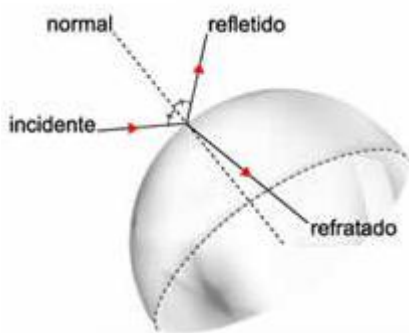


Esfera seccionada

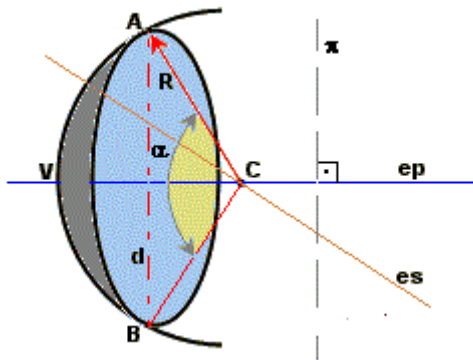


Reflexão da luz em espelhos esféricos

Nos espelhos esféricos assim como nos espelhos planos, as leis da reflexão são obedecidas nos, ou seja, os ângulos de incidência e reflexão são iguais, e os raios incidentes, refletidos e a reta normal ao ponto de incidência são coplanares.



Elementos geométricos dos espelhos esféricos



Para o estudo dos espelhos esféricos é útil o conhecimento dos elementos que os compõe, esquematizados na figura abaixo:

- **C** é o **centro** da esfera;
- **V** é o **vértice** da calota;
- O eixo que passa pelo centro e pelo vértice da calota é chamado **eixo principal**.
- As demais retas que cruzam o centro da esfera são chamadas **eixos secundários**.
- O ângulo α , que mede a distância angular entre os dois eixos secundários que cruzam os dois pontos mais externos da calota, é a **abertura** do espelho.

A abertura (α) de um espelho, como mostra a figura varia diretamente com o diâmetro **d** (**R** é mantido constante) e inversamente, com o raio de curvatura **R** (**d** é mantido constante).

- O raio da esfera **R** que origina a calota é chamado **raios de curvatura** do espelho.

Um sistema óptico que consegue conjugar a um ponto objeto, um único ponto como imagem é dito estigmático. Os espelhos esféricos só são estigmáticos para os raios que incidem próximos do seu vértice V e com uma pequena inclinação em relação ao eixo principal. Um espelho com essas propriedades é conhecido como espelho de Gauss.

Um espelho que não satisfaz as condições de Gauss (incidência próxima do vértice e pequena inclinação em relação ao eixo principal) é dito astigmático. Um espelho astigmático conjuga a um ponto uma imagem parecendo uma mancha.

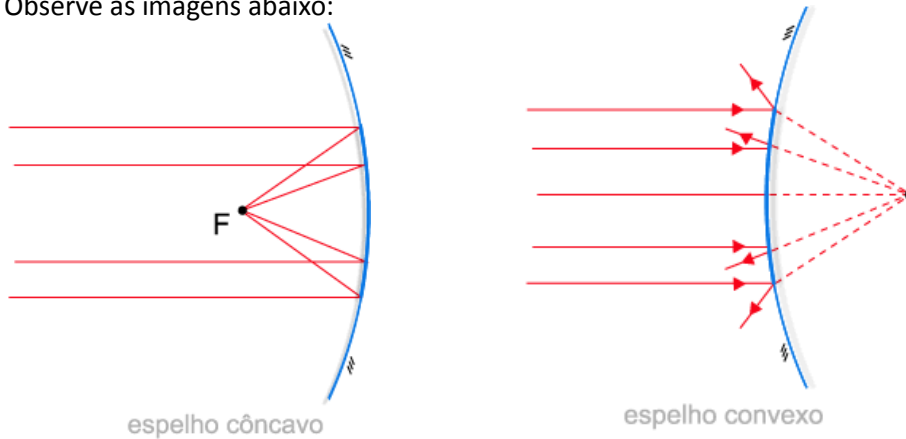
Assim, para se ter nitidez na imagem, o ângulo de abertura do espelho tem que ser inferior a 10 graus. Se essas condições forem obedecidas, esses espelhos são chamados de espelhos esféricos de Gauss.

Focos dos espelhos esféricos

Na análise da localização da imagem de um objeto qualquer o foco de um espelho desempenha um papel importante.

Os focos são pontos entre o centro de curvatura e o vértice, em relação aos quais os raios refletidos pelos espelhos convergem (côncavo) ou divergem (convexo)

Observe as imagens abaixo:



Vemos que no caso dos espelhos côncavos (convergentes) o foco é real (formado pelo cruzamento dos raios refletidos) e para os espelhos convexos (divergentes) o foco é virtual (formado pelo cruzamento dos prolongamentos dos raios refletidos)

A distância entre o foco e o vértice do espelho é chamada distância focal (f_0) – nos espelhos de Gauss, consideramos $f_0 = R/2$, onde R é o raio de curvatura.

Determinação de imagens

Analisando objetos diante de um espelho esférico, em posição perpendicular ao eixo principal do espelho podemos chegar a algumas conclusões importantes.

Uma imagem pode ser **real** ou **virtual**. No caso dos espelhos, dizemos que a imagem é virtual se ela se encontra “atrás” do espelho e real se ela se encontra em frente ao espelho (podendo ser projetada em um anteparo).

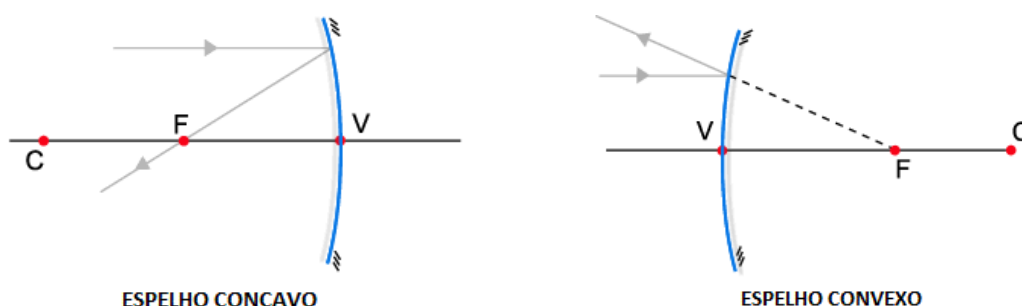
A imagem ainda pode ser classificada de acordo com o seu tamanho em **maior**, **menor** ou **igual** ao tamanho do objeto.

A imagem pode ainda aparecer **invertida** em relação ao objeto. Se não houver sua inversão dizemos que ela é **direita**.

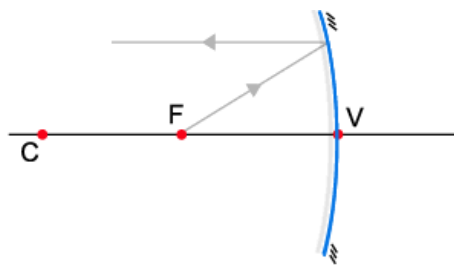
Para que possamos determinar o tipo de imagem formada nos espelhos esféricos, devemos conhecer alguns raios chamados raios notáveis, que obedecem às chamadas propriedades fundamentais dos espelhos esféricos.

São eles:

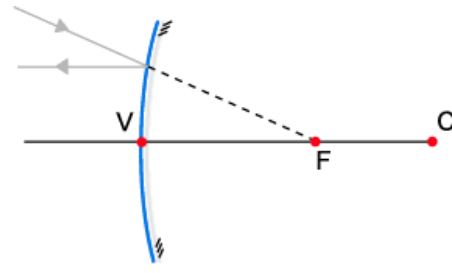
1-Todo raio de luz que incide paralelamente a um eixo (principal ou secundário), se reflete na direção do foco (principal ou secundário)



2- Todo raio de luz que incide na direção do foco, é refletido paralelamente ao eixo

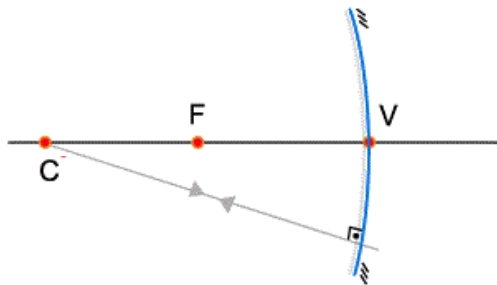


ESPELHO CONCAVO

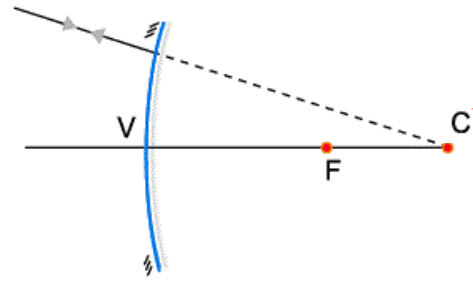


ESPELHO CONVEXO

3- Todo raio de luz que incide na direção do centro de curvatura, é refletido sobre si mesmo

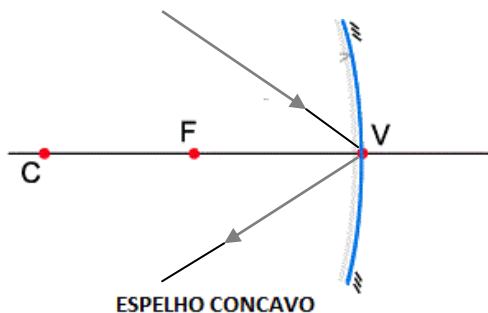


ESPELHO CONCAVO

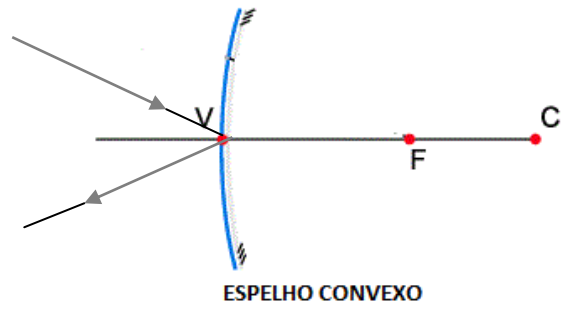


ESPELHO CONVEXO

4-Todo raio de luz que incide sobre o vértice, é refletido simetricamente em relação ao eixo principal.



ESPELHO CONCAVO



ESPELHO CONVEXO

Com estes raios particulares iremos agora determinar o tipo de imagem em cada espelho. Veremos que nos espelhos côncavos, a característica da imagem formada depende da posição do objeto em relação a ele e nos convexas, a imagem formada tem sempre a mesma característica qualquer que seja a posição do objeto

Espelhos côncavos

1-Objeto além do centro de curvatura

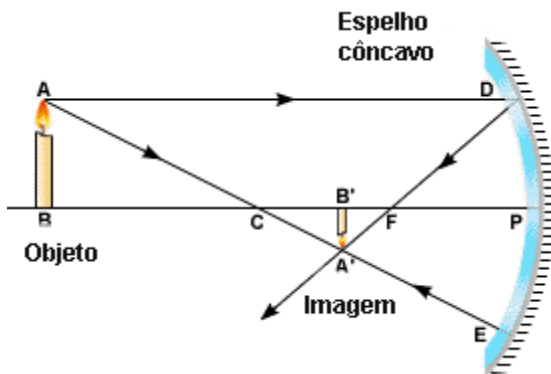


Imagem real, invertida e menor

2-Objeto no centro de curvatura

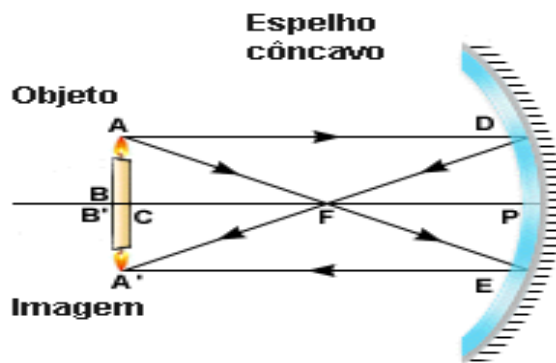


Imagem real, invertida e igual

3-Objeto entre o foco (F) e o centro de curvatura (C)

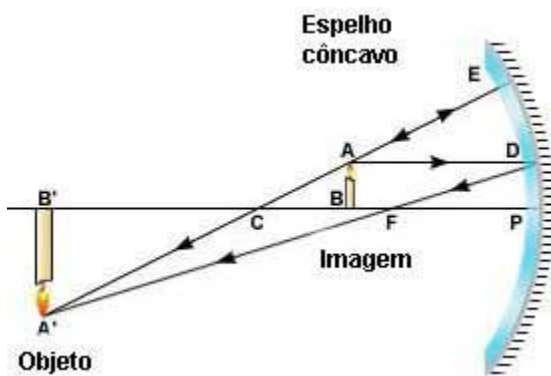


Imagem real, invertida e maior

4- Objeto no foco

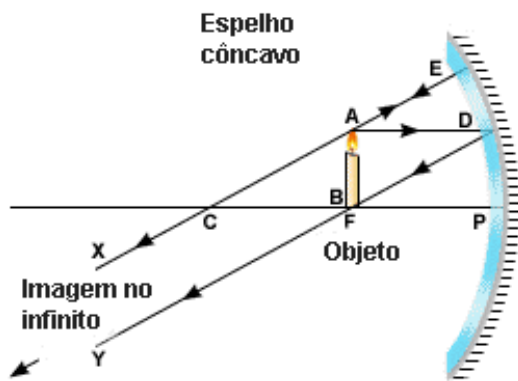


Imagem imprópria

5- Objeto entre o foco (F) e o vértice (P)

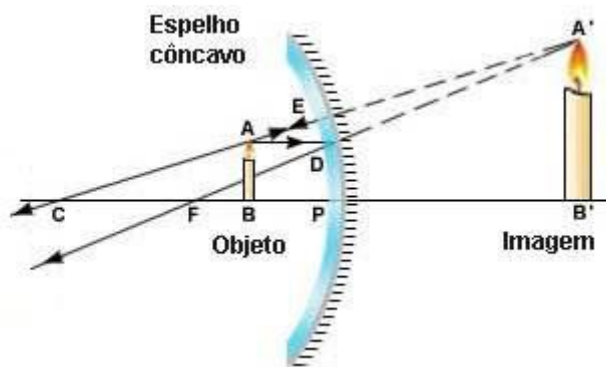


Imagem virtual, direita e maior

Espelhos convexos

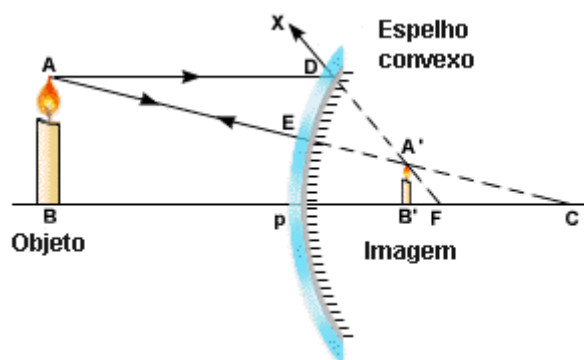
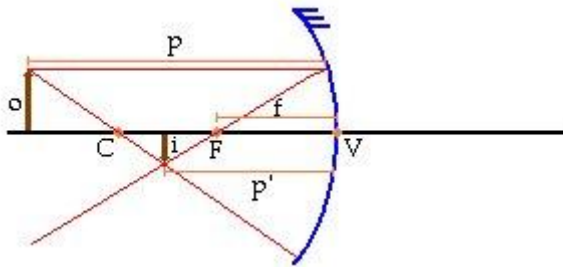


Imagem virtual, direita e menor

Estudo analítico dos espelhos

Esse estudo basicamente é uma forma determinar matematicamente a posição da imagem.



Considerando o espelho da figura acima onde:

o = Tamanho do objeto

i = Tamanho da imagem

f = Distância focal

p = Distância do objeto ao espelho

p' = Distância da imagem ao espelho

Estudo de sinais

Considerando o objeto sempre real ($p > 0$), temos então:

Espelho côncavo: $f > 0$;

Espelho convexo: $f < 0$

Imagem real: $p' > 0$. Ou seja se p' for um número positivo a imagem estará sendo formada antes do espelho;

Imagem virtual: $p' < 0$. Ou seja se p' for um número negativo a imagem estará sendo formada dentro do espelho;

Imagem direita: $i > 0$. Ou seja se i for um número positivo a imagem estará sendo formada acima do eixo principal;

Imagem invertida: $i < 0$. Ou seja se i for um número negativo a imagem estará sendo formada abaixo do eixo principal

Quanto à ampliação:

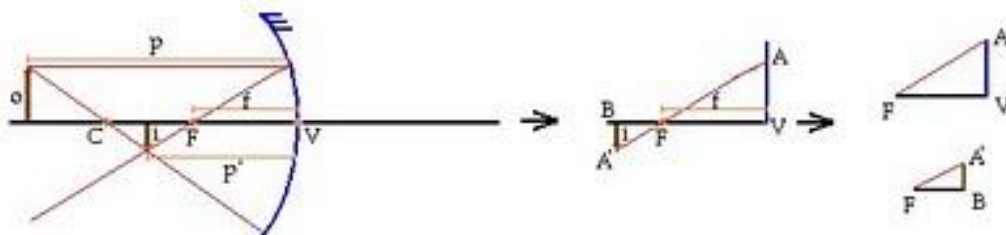
Se $A < 0$ a imagem é invertida;

Se $A > 0$ a imagem é direita;

Se $A > 1$ a imagem é maior que o objeto;

Se $A < 1$ a imagem é menor que o objeto;

Por semelhança de triângulos podemos deduzir a equação de Gauss:



Como:

$$\frac{\overline{VA}}{\overline{BA'}} = \frac{\overline{VF}}{\overline{BF}} \Rightarrow \frac{\overline{VA}}{\overline{BA'}} = i \Rightarrow \frac{0}{-i} = \frac{f}{p' - f} \Rightarrow \frac{0}{i} = \frac{-f}{p' - f}$$

Como:

$$\frac{0}{i} = \frac{f}{p' - f} \Rightarrow \frac{0}{-i} = \frac{f}{p' - f} \Rightarrow \frac{0}{i} = \frac{-f}{p' - f}$$

Sendo a imagem invertida o i é negativo. Então:

Como:

$$\frac{0}{i} = \frac{p}{-p'} \Rightarrow \frac{p}{-p'} = \frac{-f}{p' - f} \Rightarrow p(p' - f) = p'f \Rightarrow pp' - pf = p'f$$

Dividindo tudo por $pp'f$:

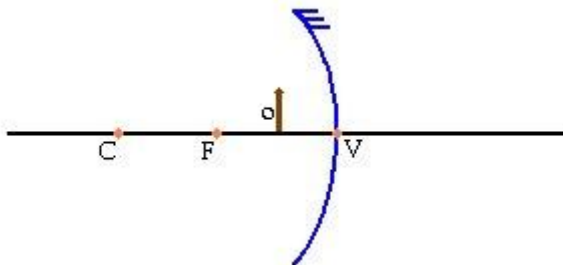
$$\frac{1}{f} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{p} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \quad \text{Equação de Gauss}$$

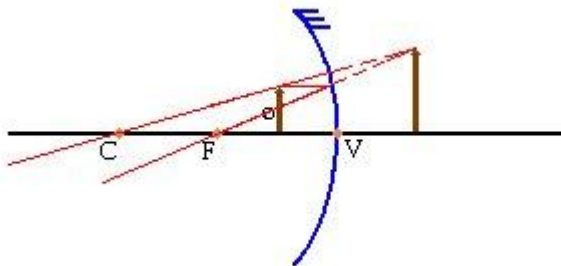
$$A = \frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} \quad \text{Equação do aumento linear}$$

Exercício resolvido

(UEM-PR) A figura abaixo ilustra um espelho esférico côncavo de distância focal igual 30 cm. Um objeto de 5 cm de altura é colocado a 15 cm do vértice do espelho.



A) Obtenha a localização da imagem, usando, no mínimo, dois raios luminosos incidentes no espelho



B) Classifique a imagem (real ou virtual; direita ou invertida; maior, menor ou igual ao tamanho do objeto).

R: Virtual, direita e maior que o objeto.

C) Determine a posição da imagem em relação ao vértice do espelho.

$$\begin{array}{l} \text{Dados} \left\{ \begin{array}{l} f = 30 \text{ cm} \\ o = 5 \text{ cm} \\ p = 15 \text{ cm} \\ p' = ? \end{array} \right. \end{array} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{30} = \frac{1}{15} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{30} - \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1-2}{30} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{-1}{30} \Rightarrow -p' = 30$$

$$\boxed{p' = -30 \text{ cm}}$$

D) Determine o aumento linear transversal do objeto.

$$\begin{array}{l} \text{Dados} \left\{ \begin{array}{l} A = ? \\ p = 15 \text{ cm} \\ p' = -30 \text{ cm} \end{array} \right. \end{array} \quad A = \frac{-p'}{p} \Rightarrow A = \frac{-(-30)}{15} \Rightarrow \boxed{A = 2}$$

Exercícios

1) A respeito das propriedades fundamentais dos espelhos esféricos, quais das afirmações abaixo são corretas?

- I) Todo raio de luz que incide passando pelo centro de curvatura do espelho volta sobre si mesmo.
 - II) Todo raio de luz incidente paralelo ao eixo principal do espelho origina um raio refletido que passa pelo centro do espelho.
 - III) Todo raio de luz que incide no vértice V do espelho gera um raio refletido que é simétrico do incidente relativamente ao eixo principal.
- a) Todas. d) I e III.
 b) Nenhuma. e) II e III.
 c) I e II.

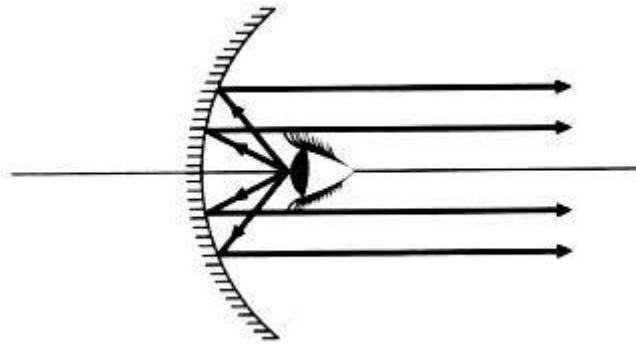
2) Um espelho esférico côncavo, de distância focal igual a 2 cm, é usado para se obter imagens virtuais e ampliadas de um objeto. Em relação a tais imagens e ao objeto que lhe deu origem, é incorreto afirmar que:

- a) a imagem é invertida lateralmente (inversão direita-esquerda).
- b) a imagem é formada pelo prolongamento dos raios refletidos.
- c) a imagem é direta (cabeça para cima em relação ao objeto).
- d) o objeto a ser visto pode ser maior do que o espelho.
- e) o objeto pode ser colocado à distância de até 4 cm do espelho.

3) Quando você se olha em um espelho côncavo e vê seu rosto aumentado e direito, o rosto se encontra:

- a) no foco do espelho.
- b) no centro de curvatura do espelho.
- c) entre o foco e o espelho.
- d) entre o foco e o centro de curvatura.
- e) mais afastado que o centro de curvatura, em relação ao espelho.

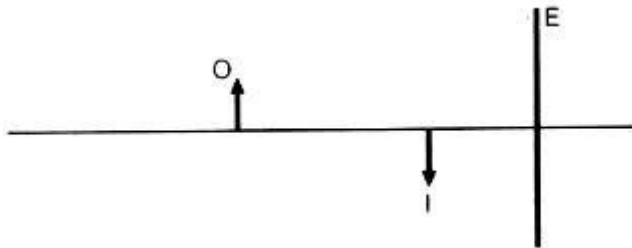
4) Um farol de automóvel consiste em um filamento luminoso colocado entre dois espelhos esféricos côncavos de mesmo eixo, voltados um para o outro e de tamanhos diferentes, de modo que todos os raios oriundos do filamento se refletem no espelho maior e se projetam paralelos, conforme a figura.



A posição correta do filamento é:

- no centro de curvatura do espelho menor e no foco do espelho maior.
- no vértice do espelho menor e no centro de curvatura do espelho maior.
- no foco de ambos os espelhos.
- no centro de curvatura de ambos os espelhos.
- no foco do espelho menor e no centro de curvatura do espelho maior.

5) F é um espelho esférico e conjuga, de um objeto real, uma imagem real, Segundo o esquema abaixo, pode-se afirmar que o espelho é:



- côncavo, e o objeto está entre o foco e o centro de curvatura.
- côncavo, e está entre o objeto e a imagem.
- convexo, e se encontra com a imagem em seu. foco.
- côncavo, e o objeto está antes do centro de curvatura.
- côncavo, e o objeto está além do centro de curvatura.

6) A imagem de um objeto real produzida por um espelho esférico convexo é sempre:

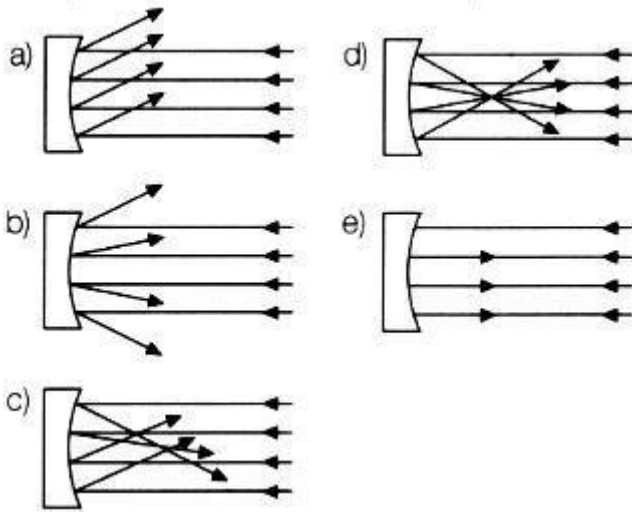
- virtual e menor que o objeto.
- virtual e maior que o objeto.
- real e menor que o objeto.
- real e maior que o objeto.
- real e igual ao objeto.

7) Seja E um espelho côncavo cujo raio de curvatura é 60,0 cm. Qual tipo de imagem obteremos se colocarmos um objeto real de 7,50 cm de altura, verticalmente, a 20,0 cm do vértice de E?

- Virtual e reduzida a 1 do tamanho do objeto.
- Real e colocada a 60,0 cm da frente do espelho.
- Virtual e três vezes mais alta que o objeto.
- Real, invertida e de tamanho igual ao do objeto.
- n. d. a.

8) "Isaac Newton foi o criador do telescópio refletor. O mais caro desses instrumentos até hoje fabricado pelo homem, o telescópio espacial Hubble (1,6 bilhão de dólares), colocado em órbita terrestre em 1990, apresentou em seu espelho côncavo, dentre outros, um defeito de fabricação que impede a obtenção de imagens bem definidas das estrelas distantes" (O Estado

de S. Paulo, 1/8/91, p. 14). Qual das figuras melhor representaria o funcionamento perfeito do espelho do telescópio?



9) Uma menina observa a imagem de seu rosto em um espelho esférico convexo. À medida que ela aproxima o rosto do espelho, a imagem que ela vê:

- a) aumenta de tamanho mantendo-se sempre direita.
- b) aumenta de tamanho mas se inverte a partir de determinada distância do espelho.
- c) diminui de tamanho mantendo-se sempre direita.
- d) diminui de tamanho mantendo-se sempre invertida.
- e) aumenta de tamanho até certa distância do espelho a partir da qual passa a diminuir.

10) Um objeto é colocado a 40 cm do vértice de um espelho esférico côncavo, de raio de curvatura igual a 30 cm. Neste caso, a distância da imagem em relação ao espelho será, em cm, igual a:

- a) 12
- b) 16
- c) 20
- d) 24
- e) 30

11) Um espelho esférico côncavo tem raio de curvatura igual a 80 cm, Um objeto retilíneo de 2,0 cm de altura é colocado perpendicularmente ao eixo principal do espelho, a 120 cm dele. Neste caso, teremos:

- a) uma imagem real e invertida de 1,0 cm de altura e a 60 cm do espelho.
- b) uma imagem virtual e direita de 1,0 cm de altura e a 10 cm do espelho.
- c) uma imagem virtual e invertida de 1,0 cm de altura e a 10 cm do espelho.
- d) uma imagem real e direita de 40 cm de altura e a 60 cm do espelho.
- e) n. d. a.

12) Um objeto real se encontra diante de um espelho esférico côncavo, a 10 cm de seu vértice, sobre o eixo principal. O raio de curvatura desse espelho é 40 cm. Se o objeto se deslocar até o centro de curvatura do espelho, a distância entre a imagem inicial e a final será:

- a) 60 cm

- b) 40 cm
- c) 25 cm
- d) 20 cm
- e) 10 cm

13) Um objeto de 15 cm de altura é colocado perpendicularmente ao eixo principal de um espelho côncavo de 50 cm de distância focal. Sabendo-se que a imagem formada mede 7,5 cm de altura, podemos afirmar que:

- a) o raio de curvatura do espelho mede 75 cm.
- b) o objeto está entre o foco e o vértice do espelho.
- c) o objeto está a 75 cm do vértice do espelho.
- d) o objeto está a 150 cm do vértice do espelho.
- e) n. d. a.

14) Uma pessoa, a 40 cm de um espelho côncavo, se vê 3 vezes maior e com imagem direita. A distância focal é:

- a) 120 cm
- b) - 60 cm
- c) 30 cm
- d) 60 cm
- e) 13,3 cm

15) Um objeto que se encontra diante de um espelho esférico tem uma imagem 4 vezes mais alta que o próprio. Sabendo que o raio de curvatura do espelho é 1,0 m, podemos afirmar que:

- a) o espelho é côncavo e o objeto está a 62,5 cm do vértice.
- b) o espelho é côncavo e o objeto está a 37,5 cm do vértice.
- c) o espelho é convexo e o objeto está a 37,5 cm do vértice.
- d) o espelho é convexo e o objeto está a 62,5 cm do vértice.
- e) tanto pode ocorrer o citado no item a como no item b.

16) A distância entre um objeto e uma tela é de 80 cm. O objeto é iluminado e, por meio de uma lente delgada posicionada adequadamente entre o objeto e a tela, uma imagem do objeto, nítida e ampliada 3 vezes, é obtida sobre a tela. Para que isso seja possível, a lente deve ser:

- a) convergente, com distância focal de 15 cm, colocada a 20 cm do objeto.
- b) convergente, com distância focal de 20 cm, colocada a 20 cm do objeto.
- c) convergente, com distância focal de 15 cm, colocada a 60 cm do objeto.
- d) divergente, com distância focal de 15 cm, colocada a 60 cm do objeto.
- e) divergente, com distância focal de 20 cm, colocada a 20 cm do objeto.

17) A distância entre um objeto e a imagem que um espelho esférico lhe conjuga mede 15 cm. Sendo ambos reais, com o objeto apresentando altura o dobro da imagem, determine a natureza do espelho e a sua distância focal.

- a) Espelho convexo e distância focal de 10,0 cm.
- b) Espelho côncavo e distância focal de 3,3 cm.
- c) Espelho convexo e distância focal de 3,3 cm.
- d) Espelho côncavo e distância focal de 10,0 cm.
- e) Espelho côncavo e distância focal de 1,5 cm.

18) A distância entre uma lâmpada e a sua imagem projetada em um anteparo por um espelho esférico é 30 cm. A imagem é quatro vezes maior que o objeto. Podemos afirmar que:

- a) o espelho é convexo.
- b) a distância da lâmpada ao espelho é de 40 cm
- c) a distância do espelho ao anteparo é de 10 cm.

- d) a distância focal do espelho é de 7 cm.
- e) o raio de curvatura do espelho é de 16 cm.

19) A imagem de um objeto que está a 40 cm de um espelho esférico côncavo tem a mesma altura do objeto. Colocando o objeto a grande distância do espelho, a sua imagem estará a:

- a) 20 cm do espelho.
- b) 30 cm do espelho.
- c) 40 cm do espelho.
- d) 50 cm do espelho.
- e) 60 cm do espelho.

20) Um motorista de táxi utiliza dois espelhos: um, interno, plano; o outro, lateral, convexo, com 2,0 m de distância focal. Pelo espelho plano, ele vê um motociclista que o segue à distância de 6,0 m do espelho. Pelo espelho convexo, o motorista do táxi vê a imagem do motociclista a uma distância desse espelho igual a:

- a) 1,2 m
- b) 1,5 m
- c) 3,0 m
- d) 4,0 m
- e) 6,0 m

21) Utilizando um espelho esférico, deseja-se obter uma imagem i de um determinado objeto o . Sabendo que a imagem deve ser direita e reduzida a $1/5$ da altura do objeto, e que deve ficar localizada a 12 cm do espelho, pode-se afirmar que o espelho utilizado deve ser:

- a) côncavo, com raio de curvatura igual a 60 cm.
- b) côncavo, com raio de curvatura igual a 10 cm.
- c) convexo, com raio de curvatura igual a 10 cm
- d) convexo, com raio de curvatura igual a 30 cm
- e) convexo, com raio de curvatura igual a 60 cm.

GABARITO:

01 - D	02 - E	03 - C	04 - A	05 - E
06 - A	07 - C	08 - D	09 - A	10 - D
11 - A	12 - A	13 - D	14 - D	15 - E
16 - A	17 - D	18 - E	19-A	20-B
21 -D				