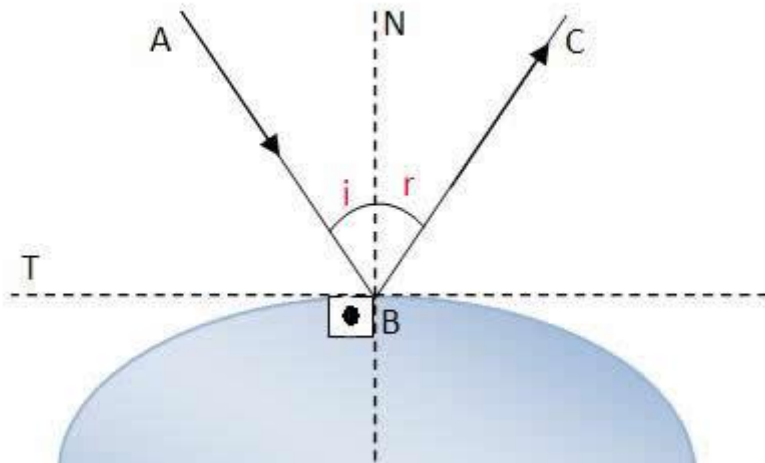


## REFLEXÃO

Como já foi dito anteriormente, reflexão é o fenômeno pelo qual, a luz incide sobre uma superfície e retorna ao meio de incidência. Iremos agora, estudar a reflexão da luz em espelhos planos e esféricos observando que a luz refletida varia de direção em relação à incidente, mas, como retorna ao meio de incidência a sua velocidade de propagação permanece constante. É possível esquematizar a reflexão de um raio de luz, ao atingir uma superfície polida, da seguinte forma:



**AB** = raio de luz incidente

**BC** = raio de luz refletido

**N** = reta normal à superfície no ponto B

**T** = reta tangente à superfície no ponto B

**i** = ângulo de incidência, formado entre o raio incidente e a reta normal.

**r** = ângulo refletido, formado entre o raio refletido e a reta normal.

### Leis da reflexão

Os fenômenos em que acontecem as reflexões, tanto regular quanto difusa, obedecem a duas leis fundamentais que são:

#### 1ª lei

O raio de luz refletido e o raio de luz incidente, assim como a reta normal à superfície, pertencem ao mesmo plano, ou seja, são coplanares.

#### 2ª Lei

O ângulo de reflexão ( $r$ ) e o ângulo de incidência ( $i$ ) são congruentes.

$$i = r$$

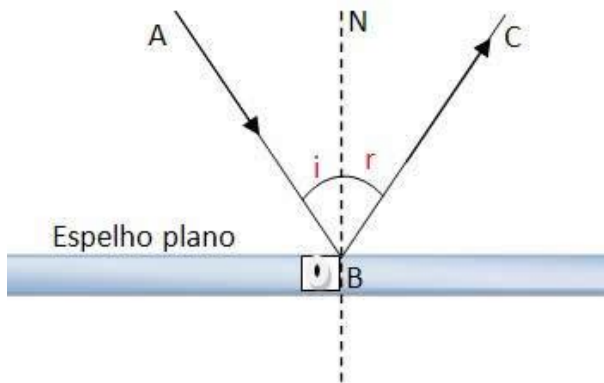
### Espelho plano

Um espelho plano é aquele em que a superfície de reflexão é totalmente plana.

Geralmente são feitos de uma superfície metálica bem polida. É comum, usar-se uma placa de vidro onde se deposita uma fina camada de prata ou alumínio em uma das faces, tornando a outra um espelho.

Os espelhos planos têm utilidades bastante diversificadas, desde as domésticas até como componentes de sofisticados instrumentos ópticos.

Representa-se um espelho plano por:



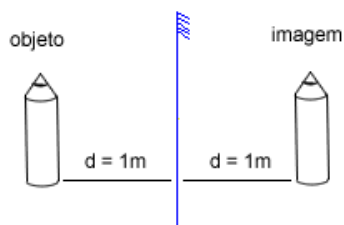
Antes de iniciarmos o estudo das imagens no espelho plano, vamos pensar na seguinte situação: Você está segurando uma caneta em frente a um espelho plano que se encontra a 1m. Desta forma, você percebe que a medida que você aproxima a caneta do espelho a imagem da caneta também se aproximam do espelho? E a sua imagem continua no mesmo lugar?

Com esta simples experiência, percebemos, então, que na formação de imagens no espelho plano temos a noção de profundidade, logo, objetos mais próximos do espelho, terão imagens também mais próximas.

Com isso podemos fazer uma primeira representação de uma imagem no espelho plano:

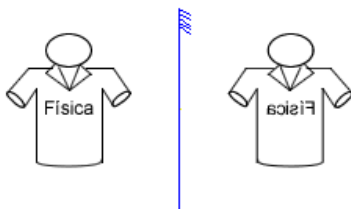
A distancia do objeto ao espelho, é a mesma da sua imagem ao espelho.

Observe a figura abaixo:



O lápis está a 1 metro do espelho, logo, sua imagem também deve estar a 1 metro do espelho. Note também que a imagem tem as mesmas dimensões que o objeto.

Outra observação importante, é que nos espelhos planos, a imagem é simétrica ao objeto (enantiomorfismo)



Note que no espelho, a imagem tem sua posição invertida na horizontal. Faça um teste e escreva seu nome em uma folha de papel e fique de frente para um espelho plano. No nosso dia-a-dia encontramos uma aplicação prática para esta propriedade dos espelhos. Nos carros de socorro (ambulância) o nome é escrito ao contrário. Isso para, refletido pelos espelhos retrovisores dos carros à frente, o nome ser lido com facilidade e os motoristas que estão a frente dêem passagem a ambulância.

## Construção das imagens em um espelho plano

Para se determinar a imagem em um espelho plano basta imaginarmos que o observador vê um objeto que parece estar atrás do espelho, isto ocorre pois o prolongamento do raio refletido passa por um ponto imagem virtual (PIV), "atrás" do espelho.

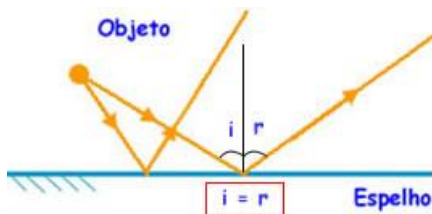
Nos espelhos planos, o objeto e a respectiva imagem têm sempre naturezas opostas, ou seja, quando um é real o outro deve ser virtual, portanto, para se obter geometricamente a imagem de um objeto pontual, basta traçar por ele, através do espelho, uma reta e marcar simetricamente o ponto imagem.

Observe a figura abaixo.



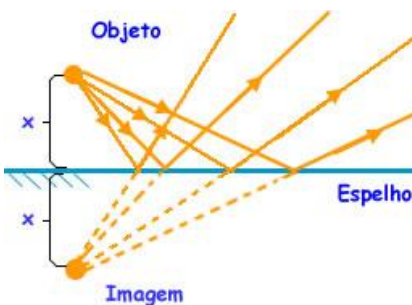
É importante assinalar que um objeto luminoso emite luz em todas as direções na representação de infinitos raios de luz. Mas inicialmente, para construirmos a imagem do objeto da figura acima, iremos utilizar apenas dois raios de luz.

Primeiramente, vamos construir dois raios de luz que partindo do objeto luminoso, incidam em dois pontos diferentes do espelho. Esses dois raios, ao incidirem na superfície do espelho, irão refletir obedecendo a segunda lei da reflexão que nos ensina que o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão.



O ponto objeto em questão é definido como ponto objeto real e a sua respectiva imagem é definida como ponto imagem virtual pois, a imagem é formada pelo cruzamento dos prolongamentos dos raios refletidos. Essa imagem não pode ser projetada em um anteparo, como por exemplo, uma tela.

Observe o exemplo:.



Como já falado anteriormente, a imagem produzida em um espelho plano é simétrica ao objeto o que vamos tratar ao observarmos como se forma a imagem de um corpo extenso.

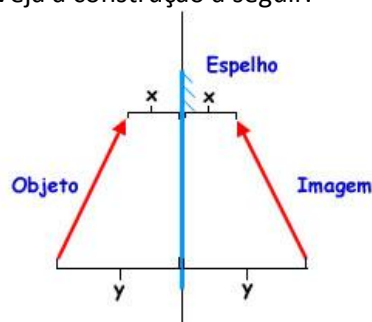
### Imagem de objeto extenso

Considere um objeto extenso em frente a um espelho plano como mostra a figura a seguir.



Aplicando a simetria entre objeto e imagem fica muito simples construir a imagem do objeto em questão. Para isso basta observar que cada ponto objeto gera no espelho um ponto imagem de mesma distância em relação ao espelho.

Veja a construção a seguir.



**Sendo assim, a imagem em um espelho plano é dita virtual, direta, simétrica em relação ao objeto e com as mesmas dimensões deste.**

### Campo visual de um espelho plano

Quando observamos a imagem formada em um espelho plano, percebemos facilmente que se mudarmos a nossa posição diante dele, também alteramos aquilo que está sendo visto através do espelho. É igual ao que ocorre quando olhamos através de uma janela. Se mudarmos a nossa posição diante dela, também alteraremos a visualização da paisagem que está do outro lado.

A região do espaço que é possível ser vista através do espelho é chamada de campo visual e o procedimento para a sua determinação é bastante simples.

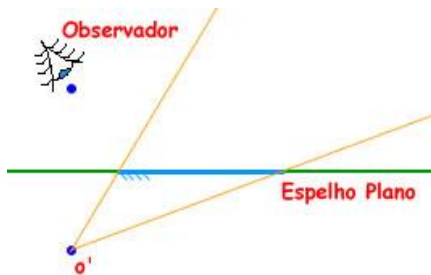
Considere um observador diante de um espelho plano como mostra a figura a seguir.



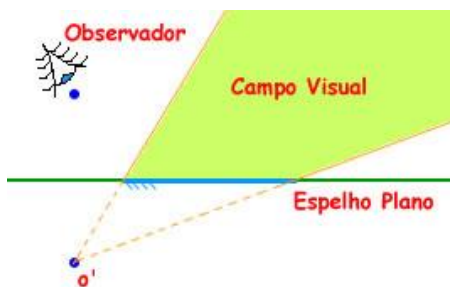
Repare que diante do observador colocamos um ponto por uma simples questão de localização. Para determinar o campo visual do espelho para esse observador, vamos reproduzir esse ponto atrás do plano do espelho e, obedecendo a relação de simetria, ele deve estar a mesma distância que o observador se encontra do plano do espelho.



Desse novo ponto, que aqui chamamos de  $o'$ , traçaremos duas retas que tangenciam a borda do espelho, como mostra a próxima figura.



O campo visual será a região que se encontra acima do plano do espelho e entre as retas que tangenciam a borda do espelho.



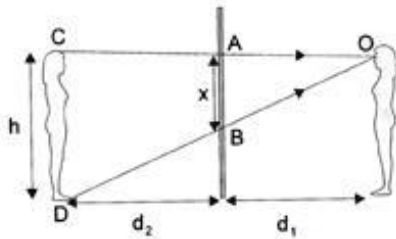
Tudo que estiver na região que está em destaque na figura acima estará sendo visto pelo observador. Note que o campo visual depende da posição do observador, ou seja, se ele mudar de posição, o seu campo visual também mudará.

O campo visual depende de dois fatores: das dimensões do espelho ( quanto maior o espelho maior o campo de visão) e da distancia entre o observador e o espelho ( quanto mais próximo do espelho, maior o campo de visão)

### Exercício resolvido

Que altura deve ter um espelho plano para que uma pessoa possa se ver por inteiro quando olha para o espelho, colocado verticalmente?

Solução:



Como  $d_1 = d_2$ , os triângulos OAB e OCD são semelhantes. Então, seus lados são proporcionais às suas alturas:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{d_1 \text{ (altura de OAB)}}{d_1 \ d_2 \text{ (altura de OCD)}}$$

$$\frac{x}{h} = \frac{d_1}{2d_1} \therefore x = \frac{h}{2}$$

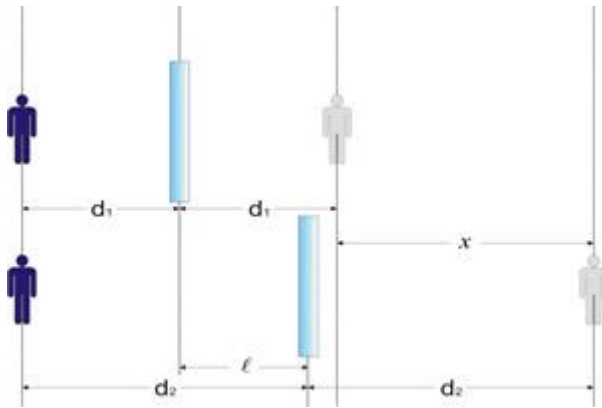
O espelho deve ter a metade da altura da pessoa.

### Translação de um espelho plano

Um fenômeno curioso ocorre quando transladamos um espelho plano, ou seja, quando o movemos.

Quando pergunto aos meus alunos o que acontecera com a distancia percorrida pela imagem se movermos o espelho de uma determinada distância em relação ao objeto normalmente a resposta é que a imagem irá se mover a mesma distância em que se moveu o espelho. Mas será que é isso mesmo? Bem, para sabermos se é verdade, usaremos um objeto em repouso em relação à Terra, e um espelho plano na mesma situação.

Considerando a figura:



Inicialmente, a figura mostra uma pessoa a uma distância  $d_1$  do espelho, a imagem também está a uma distância  $d_1$  em relação ao espelho.

Na sequência o espelho é transladado de uma distancia  $\ell$  para a direita, fazendo com que o observador esteja a uma distância  $d_2$  do espelho, fazendo com que a imagem seja deslocada  $x$  para a direita.

Pelo desenho podemos ver que:

$$x = 2d_2 - 2d_1$$

Colocando o número 2 em evidencia temos:

$$x = 2(d_2 - d_1)$$

pela figura, podemos ver que:

$$\ell = d_2 - d_1$$

Logo:

$$x = 2\ell$$

Assim pode-se concluir que sempre que um espelho é transladado paralelamente a si mesmo, a imagem de um objeto fixo sofre translação no mesmo sentido do espelho, mas com comprimento equivalente ao dobro do comprimento da translação do espelho.

Se utilizarmos esta equação, e medirmos a sua taxa de variação em um intervalo de tempo, podemos escrever a velocidade de translação do espelho e da imagem da seguinte forma:

$$\frac{x}{\Delta t} = 2 \frac{\ell}{\Delta t}$$

$$v_i = 2v_e$$

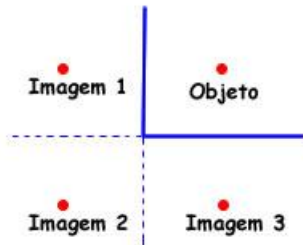
Ou seja, a velocidade de deslocamento da imagem é igual ao dobro da velocidade de deslocamento do espelho.

Quando o observador também se desloca, a velocidade a ser considerada é a velocidade relativa entre o observador e o espelho, ao invés da velocidade de translação do espelho, ou seja:

$$v_i = 2v_r$$

## Associação de dois espelhos planos

Se você ficar em frente a dois espelhos planos separados por um ângulo de noventa graus como mostra a figura abaixo. Quantas imagens suas você poderá enxergar?



Pela figura acima, podemos observar que neste caso, você veria três imagens suas. Dois espelhos planos podem ser associados, com as superfícies refletoras se defrontando e formando um ângulo  $\alpha$  entre si, com valores entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$ .

Por razões de simetria, o ponto objeto e os pontos imagem ficam situados sobre uma circunferência.

Para se calcular o número de imagens que serão vistas na associação usa-se a fórmula:

$$n = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

Sendo  $\alpha$  o ângulo formado entre os espelhos.

Por exemplo, quando os espelhos encontra-se perpendicularmente, ou seja,  $\alpha=90^\circ$ :

$$n = \frac{360^\circ}{90^\circ} - 1$$

$$n = 4 - 1 = 3$$

Portanto, nesta configuração são vistas 3 pontos imagem.

**Obs: se a razão  $360/\alpha$  for par, a equação apresentada pode ser usada para qualquer posição em que o objeto se encontre do espelho. Já se for ímpar só pode ser aplicada se o objeto se encontrar no plano bissetor**

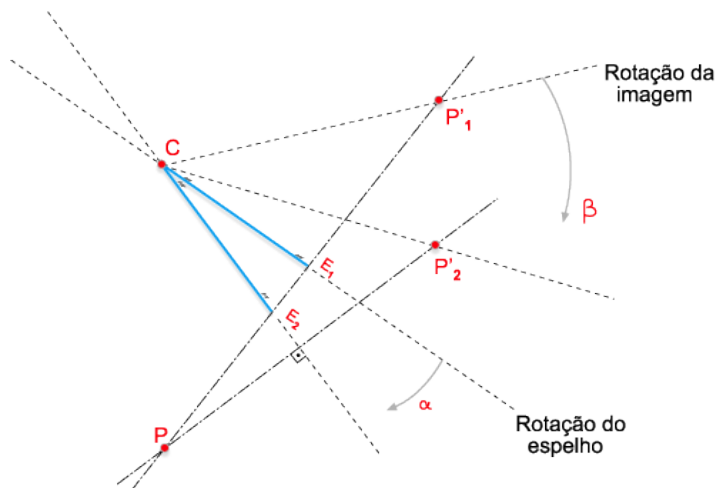


## LEITURA COMPLEMENTAR

### Rotação de um espelho plano

Consideremos um espelho plano que experimenta uma rotação de um ângulo, digamos  $\alpha$ , por uma das suas extremidades. O que acontece nesse caso com a imagem de um ponto P. Claramente ela muda da posição P' de para P''. A questão que se coloca é de que quanto ela se deslocou.

Por se tratar de uma rotação vamos analisar o deslocamento em termos de variáveis angulares. Para tal consideremos um círculo com centro no ponto C que é um ponto num eixo em torno do qual se deu a rotação do espelho, como mostra a figura.



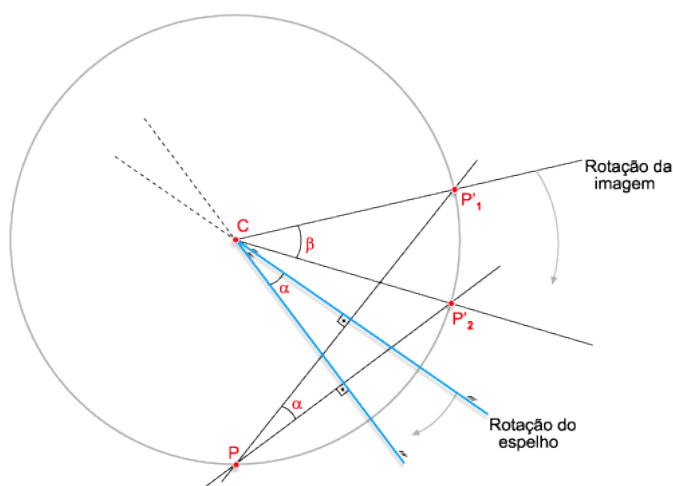
Olhando para esse círculo vê-se que a imagem deslocou-se de um ângulo  $\beta$ .  $\beta$  é, portanto, o deslocamento angular da imagem.

Pode-se mostrar com base em propriedade geométrica relativamente simples que

$$\beta = 2\alpha$$

ou seja, o deslocamento angular da imagem é duas vezes maior do que o ângulo de rotação do espelho.

Note que o ponto C é equidistante de P<sub>1</sub>' e de P e também de P<sub>2</sub>', já que se trata de imagem e objeto, sendo este (o objeto) mantido fixo. Portanto, P<sub>1</sub>', P e P<sub>2</sub>' pertencem a uma circunferência com centro em C.

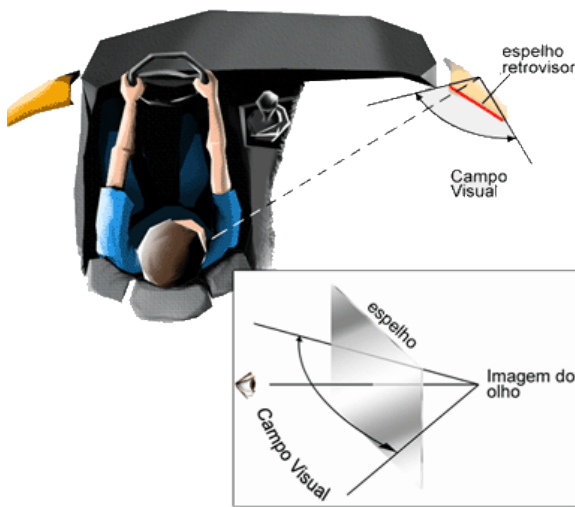


O ângulo  $\angle P_1' P P_2' = \alpha$ , pois  $PP_2'$  é perpendicular ao espelho na posição  $E_2$  e  $PP_1'$  é perpendicular ao espelho na posição  $E_1$ . O ângulo  $\angle P_1' P P_2'$  é inscrito na circunferência e o ângulo  $\angle P_1' C P_2'$  é central à mesma circunferência. Os dois ângulos compreendem o mesmo arco  $P_1' P_2'$  de onde decorre que o ângulo  $\angle P_1' C P_2' = 2 \angle P_1' P P_2'$ .

$$\angle P_1' C P_2' = \beta$$

$$\angle P_1' P P_2' = \alpha.$$

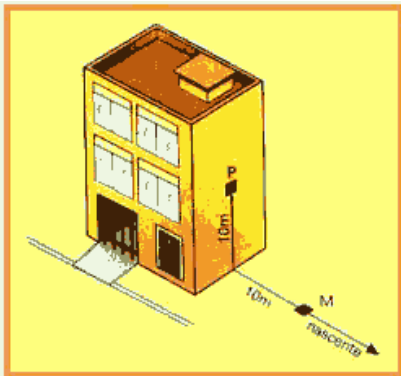
Portanto, o deslocamento angular da imagem  $\beta$  é o dobro do deslocamento do espelho  $\alpha$ . Por exemplo, um motorista acerta o espelho retrovisor do carro girando-o convenientemente. Em alguns carros o espelho é plano e em outros é convexo. Supondo que seja um espelho plano, ao girar o espelho muda-se o campo visual. Um ponto fixo dentro do campo visual será vista em outra posição já que a imagem se deslocará com a sua rotação.



**FONTE:** <http://efisica.if.usp.br/optica/basico/reflexao/rotacao/>

## EXERCÍCIOS

01. (UFMG) Observe a figura:



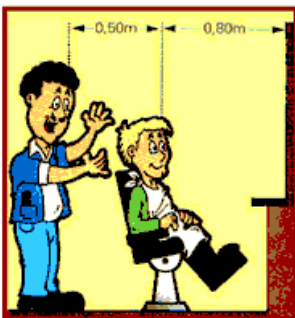
Em um dia de céu claro, o Sol estava no horizonte ( $0^\circ$ ) à 6h da manhã. Às 12 horas, ele se encontrava no zênite ( $90^\circ$ ). A luz do Sol, refletida no espelhinho M, atingiu o ponto P às:

- a) 7h
- b) 8h
- c) 9h
- d) 10h
- e) 11h

02. (ODONTO - DIAMANTINA) Um objeto vertical de 1,8m de altura é colocado a 2,0m de distância de um espelho plano vertical de 1,2m de altura, obtendo-se uma imagem de altura H. Se o objeto afastar-se do espelho, para uma nova distância igual a 6,0m do espelho, a imagem terá a altura H'. Para essa situação é correto afirmar que:

- a)  $H = H' = 1,2\text{m}$
- b)  $H = H' = 1,8\text{m}$
- c)  $H = 1,8\text{m}$  e  $H' = 0,6\text{m}$
- d)  $H = 1,2\text{m}$  e  $H' = 0,4\text{m}$
- e) não haverá formação de imagem do objeto com o espelho citado

03. (UF - ACRE) Sentado na cadeira da barbearia, um rapaz olha no espelho a imagem do barbeiro, em pé atrás dele. As dimensões relevantes são dadas na figura. A que distância (horizontal) dos olhos do rapaz fica a imagem do barbeiro?



- a) 0,50m
- b) 0,80m
- c) 1,3m
- d) 1,6m
- e) 2,1m

**04.** (UNIFOR) Sobre o vidro de um espelho plano coloca-se a ponta de um lápis e verifica-se que a distância entre a ponta do lápis e sua imagem é de 12mm. Em mm, a espessura do vidro do espelho é, então, de:

- a) 3,0
- b) 6,0
- c) 9,0
- d) 12
- e) 24

**05.** (UN - UBERABA) KLAUSS, um lindo menino de 7 anos, ficou desconsertado quando ao chegar em frente ao espelho de seu armário, vestindo uma blusa onde havia seu nome escrito, viu a seguinte imagem do seu nome:

- a) K L A U S S
- b)  $\overline{\text{KLAUSS}}$
- c)  $\overline{\text{KIVNSS}}$
- d)  $\overline{\text{ZZUAIK}}$
- e) n.d.a

**06.** (UNAMA) Um objeto aproxima-se perpendicularmente de um espelho plano com velocidade constante. Num determinado instante, a distância que o separa do espelho é 20cm. Logo, podemos afirmar que, nesse instante, a distância entre o objeto e sua imagem é:

- a) 10cm
- b) 20cm
- c) 30cm
- d) 40cm
- e) 50cm

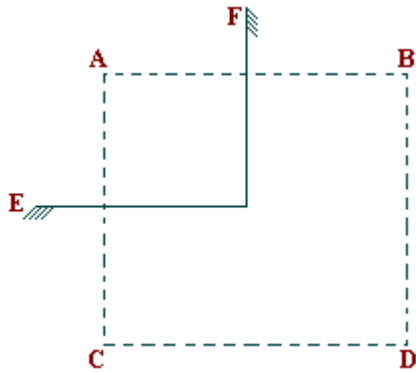
**07.** (PUC - SP) Você está em uma sala de forma quadrática de lado 3,0m e altura 2,2m, em frente a um espelho plano de 1,0m de comprimento e 2,2m de altura, fixo em uma das paredes, concêntrico à parede. Você pode deslocar-se sobre a mediatriz do comprimento do espelho e, por reflexão, visualizará:

- a) metade da parede, se estiver encostado na parede oposta;
- b) toda a parede oposta, estando no centro da sala;
- c) toda a parede oposta, independente da posição;
- d) metade da parede, estando no centro da sala;
- e) somente 1,0m do comprimento da parede, independentemente de sua posição.

**08.** (UFRRJ) Numa sala com uma parede espelhada, uma pessoa se afasta perpendicularmente dela, com velocidade escalar de 2,0m/s. A velocidade escalar com que a pessoa se afasta de sua imagem é de:

- a) 1,0m/s
- b) 2,0m/s
- c) 4,0m/s
- d) 6,0m/s
- e) 10m/s

09. (UNIP) Os dois espelhos planos perpendiculares E e F da figura abaixo conjugam do objeto A três imagens B, C e D.



Se os espelhos E e F se transladam com velocidade de módulo 3,0 cm/s e 4 cm/s, respectivamente, a imagem D se movimenta com velocidade de módulo igual a:

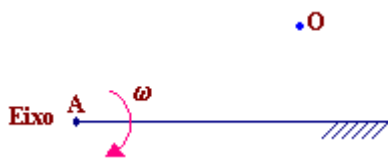
- a) 30 cm/s
- b) 20 cm/s
- c) 5,0 cm/s
- d) 7,0 cm/s
- e) 10 cm/s

10. (FESP) Uma partícula cai verticalmente sobre um espelho plano horizontal, que está com sua face polida voltada para cima. O módulo de aceleração da partícula em relação à sua imagem no espelho vale, aproximadamente:

- a)  $30 \text{ m/s}^2$
- b)  $20 \text{ m/s}^2$
- c)  $10 \text{ m/s}^2$
- d)  $5,0 \text{ m/s}^2$
- e) zero

11. (FEI - SP) Um objeto pontual O encontra-se em frente a um espelho conforme mostra a figura. Se o espelho girar em torno do eixo A, com velocidade angular constante T, qual será a velocidade escalar da imagem?

Dados:  $OA = 20 \text{ cm}$  /  $T = 0,50 \text{ rad/s}$



- a) 10cm/s
- b) 20cm/s
- c) 30cm/s
- d) 36cm/s
- e) 45cm/s

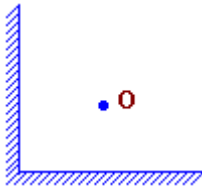
12. (CEFET - PR) Dois espelhos planos fornecem 11 (onze) imagens de um objeto. Logo, podemos concluir que os espelhos formam um ângulo de:

- a)  $10^\circ$
- b)  $25^\circ$
- c)  $30^\circ$
- d)  $36^\circ$
- e)  $45^\circ$

13. (FAAP) Com três bailarinas colocadas entre dois espelhos planos fixos, um diretor de cinema consegue uma cena onde são vistas no máximo 24 bailarinas. O ângulo entre os espelhos vale:

- a)  $10^\circ$
- b)  $25^\circ$
- c)  $30^\circ$
- d)  $45^\circ$
- e)  $60^\circ$

14. (UFRS) Dois espelhos planos estão dispostos perpendicularmente um ao outro. Um objeto puntiforme, O, é colocado entre eles, conforme indica a figura. Ao todo, o número de imagens do objeto que são observadas mediante esta combinação de espelhos é:

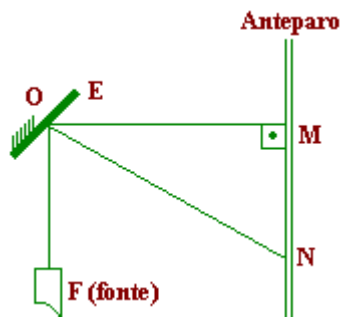


- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

15. (FEI) Quando giramos um espelho plano de um ângulo  $a$  em torno de um eixo perpendicular ao plano do espelho, a imagem:

- a) gira de um ângulo  $2a$  em torno do mesmo eixo;
- b) gira de um ângulo  $3a$  em torno do mesmo eixo;
- c) não se altera;
- d) também gira de um ângulo  $a$  em torno do mesmo eixo;
- e) n.d.a.

16. (MACKENZIE) Seja **E** um espelho que pode girar em torno do eixo **O** de seu plano, com velocidade angular constante, como mostra a figura. **M** é o ponto iluminado, quando o espelho está na posição **E**, e **N** é o ponto iluminado, quando o espelho está em outra posição, de modo que  $OM = MN$ .



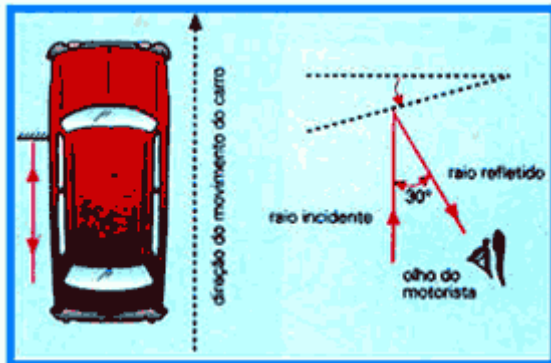
Desse modo, dizemos que o espelho girou de um ângulo  $j$  igual a:

- a)  $2p$  rad
- b)  $p$  rad
- c)  $\frac{p}{2}$  rad
- d)  $\frac{p}{4}$  rad
- e)  $\frac{p}{8}$  rad

17. (MACKENZIE) Em relação ao teste anterior, se o ponto iluminado levou 0,50s para ir de **M** até **N**, a velocidade angular do espelho é:

- a)  $\frac{p}{8}$  rad/s
- b)  $\frac{p}{5}$  rad/s
- c)  $\frac{p}{4}$  rad/s
- d)  $\frac{p}{8}$  rad/s
- e)  $4p$  rad/s

18. (UERJ) A figura I mostra, visto de cima, um carro que se desloca em linha reta, com o espelho plano retrovisor externo perpendicular à direção de seu movimento. O motorista gira o espelho até que os raios incidentes na direção do movimento do carro formem um ângulo de  $30^\circ$  com os raios refletidos pelo espelho, como mostra a figura. De quantos graus o motorista girou o espelho?



- a)  $10^\circ$
- b)  $15^\circ$
- c)  $20^\circ$
- d)  $25^\circ$
- e)  $30^\circ$

**GABARITO:**

01 - C	02 - B	03 - E	04 - B	05 - D
06 - D	07 - B	08 - C	09 - E	10 - B
11 - B	12 - C	13 - D	14 - C	15 - C
16 - E	17 - C	18 - B		